ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 SEPTEMBRE 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur* M. William Gilson Farlow, par M. L. Mangin.

Un nouveau deuil vient encore de frapper l'Académie en la personne de notre Correspondant, W.-G. Farlow, professeur honoraire de Botanique cryptogamique à l'Université de Harvard.

Né le 17 décembre 1844, à Boston, M. Farlow est mort à Cambridge au début du mois de juin dernier. Il avait conquis ses grades à l'Université, lorsque Asa Gray, son professeur de Botanique, qui l'avait distingué parmi les étudiants, l'envoya en Europe vers 1873, afin de l'initier aux méthodes d'étude des Champignons inférieurs et des Algues, méthodes sinon inconnues, au moins à peine employées à ce moment aux États-Unis.

Après un court séjour en Angleterre et en Écosse, M. Farlow vint travailler au laboratoire de de Bary, à Strasbourg, à l'époque où ce savant découvrait les phénomènes d'apogamie chez les Fougères. Il termina son voyage d'études chez Gustave Thuret, à Antibes. En quittant la belle installation que les Allemands avaient réalisée à Strasbourg, M. Farlow, ignorant l'indifférence de l'Administration française vis-à-vis des Savants, croyait entrer dans un beau laboratoire dont l'existence se justifiait par les mémorables découvertes de Thuret et Bornet. Il fut tout surpris de ne trouver qu'un modeste local, privé, indépendant de l'État. Il songeait à se retirer, mais l'accueil si cordial de Thuret et de son élève et ami Bornet le retint à Antibes avec son compagnon Famintzine. C'est là qu'il se familiarisa avec l'étude des Algues et qu'il contracta avec notre illustre et

regretté confrère M. Bornet, une amitié dont la mort seule rompit les liens.

Connaissant à fond notre langue, M. Farlow aimait souvent à rappeler, dans ses conversations pleines d'humour, son trop court séjour au bord de la Méditerranée comme l'une des plus séduisantes et des plus fructueuses étapes de son voyage en Europe.

De retour à Cambridge, il fut nommé assistant de Botanique à l'Université de Harvard (1874) et, quelques années plus tard (1879), il y devint professeur de Cryptogamie.

Il s'occupa d'organiser les études qu'il devait diriger, en réunissant les documents relatifs à la Flore cryptogamique des États-Unis et en créant un laboratoire de recherches.

Comme les ressources financières de l'Université étaient insuffisantes pour l'installation du laboratoire, il donna, à Boston, des conférences payantes qui attirèrent de nombreux auditeurs.

Bientôt les collections devinrent si importantes et les étudiants si nombreux que M. Farlow fonda, à ses frais, une chaire annexe qui lui permit de dédoubler son service. Laissant à son collègue les cours et les examens, il se consacra plus spécialement au laboratoire et aux herbiers.

Il reconnut, dès son entrée en fonctions, qu'il était impossible de savoir avec certitude quelles espèces de Champignons croissaient dans l'Amérique du Nord, parce que les renseignements étaient disséminés dans une foule de publications savantes dont beaucoup difficiles à se procurer, dans les comptes rendus de divers États, dans les journaux d'horticulture et d'agriculture. Pour acquérir la moindre notion sur quelque point de la mycologie nord-américaine, il fallait dépenser un temps considérable à fouiller les grandes bibliothèques afin d'y dénicher les ouvrages rares, souvent peu connus, contenant les informations désirées.

M. Farlow entreprit alors la tâche difficile et laborieuse d'inventorier toutes les espèces de Champignons signalées dans plus de mille publications.

Il ne s'agissait pas d'une besogne de scribe que tout le monde pouvait faire, mais de la revision d'une masse énorme de matériaux, dont la connaissance précise pouvait seule donner une valeur scientifique à ce vaste dessein.

Pendant dix ans, il fit seul tout le travail; plus tard, ses occupations augmentant, il s'adjoignit des collaborateurs, dont M. Seymour est le principal. Toutefois, il se réserva la revision suprême, ainsi que l'examen des échantillons authentiques. Il est donc seul responsable de l'ouvrage.

Une œuvre aussi considérable, car elle s'étend à tout le territoire des États-Unis jusqu'à l'isthme de Panama, ne pouvait être menée à bien que par un mycologue connaissant à merveille les Champignons de son pays et familiarisé avec les espèces européennes auxquels ils doivent être comparés. La haute compétence de M. Farlow dans ce domaine était bien connue des mycologues, dont la plupart étaient en correspondance avec lui. Grâce à l'Institution Carnegie, l'impression de l'*Index bibliographique des Champignons de l'Amérique du Nord*, qui comprend environ 150000 citations, a été commencée.

Dans une publication antérieure, MM. Farlow et Seymour ont donné l'énumération et la description des Champignons parasites trouvés dans leur pays, d'après les plantes et les animaux sur lesquels ils vivent. L'utilité d'un pareil travail pour la facilité des déterminations et pour les applications pratiques n'a pas besoin d'être démontrée.

Parmi les études qu'il a poursuivies sur divers Champignons et sur quelques maladies d'origine fongique attaquant les plantes cultivées, il convient de mentionner une monographie des *Gymnosporangium* et des *Rœstelia* des États-Unis, parasites des *Juniperus* et de diverses Pomacées, au sujet desquels il institua des essais d'infection afin de déterminer, avec certitude, certaines formes que les caractères morphologiques ne suffisaient pas à faire distinguer.

L'Ouvrage intitulé *Les Algues marines de la Nouvelle-Angleterre* n'a pas seulement mis à la portée des personnes qui fréquentent les côtes des États-Unis du Nord, de New-Jersey à Eastport, le moyen de déterminer les Algues qui les peuplent, il leur a fait connaître en outre, en les introduisant dans sa Flore, les modifications apportées à la classification des Algues par les découvertes récentes. On en a profité dans d'autres pays.

Les documents publiés avant l'apparition de cet Ouvrage étaient peu nombreux. Quelques listes locales s'ajoutaient au magnifique et classique *Nereis Boreali-Americana* de Harwey, qui, s'appliquant à la flore marine des États-Unis tout entiers, était loin d'avoir épuisé la matière dans un pays encore trop peu exploré. M. Farlow visita diverses localités, depuis Eastport, à la frontière du Canada, jusqu'à Greenport, à la hauteur de New-York, et acquit ainsi la connaissance personnelle de la flore de son domaine. Il y fit des récoltes abondantes qui lui permirent de publier, avec le concours d'Anderson et de Eaton, un exsiccata des Algues de l'Amérique du Nord qui n'est pas moins remarquable par la beauté des échantillons que par l'exactitude des déterminations.

Pour les Algues comme pour les Champignons, M. Farlow était le maître auquel on avait recours, non seulement aux États-Unis, mais dans toute l'Europe. Il a été un des artisans de l'admirable essor scientifique des États-Unis. Au contraire de la tendance actuelle, qui est la spécialisation de plus en plus étroite, M. Farlow, formé à l'ancienne discipline, était seul capable de traiter les diverses branches de la Cryptogamie, et il jouissait aux États-Unis, pour la Botanique, d'une notoriété comparable à celle de M. Agassiz pour la Zoologie. M. Farlow a formé de nombreux élèves : MM. Davis, Setchell, Thaxter, Robinson, Trelease, etc., devenus à leur tour des savants éminents.

Dans le conflit qui vient de bouleverser le monde en laissant des ruines irréparables, M. Farlow avait, dès le début, pris le parti du Droit et manifesté son mépris de la duplicité allemande, son horreur des atrocités réglementées, comme tout ce qui se fait en Allemagne, avec la plus grande minutie. A plusieurs reprises, il m'envoya des chèques de 500 dollars pour soulager la détresse des veuves de jeunes savants morts au champ d'honneur, ou celle des réfugiés des départements envahis, ou enfin, au moment de l'héroïque épopée de Verdun, pour nos soldats blessés et leur famille : tout cela modestement, simplement, comme un hommage à la France, sa seconde patrie.

L'Académie adresse l'expression de sa sympathie attristée à la famille et aux amis de notre regretté Confrère.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la mesure des Classes d'Hermite de discriminant donné dans un corps quadratique imaginaire, et sur certains volumes non euclidiens* (1). Note (2) de M. G. **Humbert**.

1. *Équation initiale*. — Une forme d'Hermite positive du corps $i\sqrt{\mathrm{P}}$, où P est congru à 1 ou 2 (mod 4), est *réduite* si son point représentatif, dans le demi-espace, appartient au domaine fondamental, $\mathfrak{D}$, du groupe Γ que forment les substitutions $z' = (\lambda z + \mu) : (\nu z + \rho)$, les λ, μ, ν, ρ étant des entiers du corps, liés uniquement par $\lambda\rho - \mu\nu = 1$ (*groupe modulaire du corps* $i\sqrt{\mathrm{P}}$). On ne regarde comme appartenant à $\mathfrak{D}$ qu'une partie des faces,

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 309, 360 et 407.

(2) Séance du 1er septembre 1919.

des arêtes et des sommets de $\mathcal{D}$; de telle sorte qu'il y ait, par Classe, une et *une seule* réduite.

Soit (a, b, b_0, c), c'est-à-dire $axx_0 + bx_0y + b_0xy_0 + cyy_0$ une réduite; nous poserons $b = b_1 + ib_2\sqrt{P}$, (b_1 et b_2 entiers ordinaires, ainsi que a et c); et $\Delta = ac - b_1^2 - Pb_2^2$. Si k est le nombre des *automorphies* de la réduite, la somme $\sum \frac{1}{k}$, étendue aux réduites *proprement primitives*, de discriminant Δ donné, est la *mesure*, $M(\Delta)$, dont notre dernière Note donne l'expression; on en conclut, s étant une constante > 2, la relation

$$\sum \frac{1}{k}(ac - b_1^2 - Pb_2^2)^{-s} = \sum \frac{M(\Delta)}{\Delta^s}. \tag{1}$$

Au premier membre, la somme portera sur toutes les réduites positives (a, b, b_0, c), proprement primitives, des discriminants *premiers à* $2P$; au second, sur les entiers ordinaires positifs, Δ, *premiers à* $2P$.

Soit $\Delta = \delta^\alpha\delta'^{\alpha'}\ldots$, δ, δ' étant *premiers* (> 1) et distincts; on a (dernière Note)

$$M(\Delta) = \frac{1}{8}P\Delta \prod_\delta \left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right] \prod_\varpi \left[1 + \left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right], \tag{2}$$

les ϖ étant les diviseurs *premiers impairs* (> 1) de P.

Le produit $\prod_\varpi$ est la somme $\mathrm{S}\left(\frac{-P}{p}\right)\frac{1}{p}$, étendue à *tous* les diviseurs positifs, *impairs*, p, premiers ou non, de P, y compris 1. Le second membre de (1) s'écrit ainsi

$$\frac{P}{8}\mathrm{S}_p \left\{ \sum_{\delta,\delta',\ldots;\,\alpha,\alpha',\ldots} \frac{1}{\delta^{\alpha(s-1)}\delta'^{\alpha'(s-1)}\ldots}\,\frac{1}{p}\left(\frac{-1}{p}\right)\left(\frac{\delta}{p}\right)^{\alpha}\left(\frac{\delta'}{p}\right)^{\alpha'}\ldots \times \left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right]\left[1 + \left(\frac{-P}{\delta'}\right)\frac{1}{\delta'}\right]\ldots \right\}. \tag{3}$$

Considérons dans S_p les termes qui correspondent à *p donné;* observons que celui qui provient de $\Delta = 1$ est, d'après (2), $p\left(\frac{-1}{p}\right)$, et sommons les progressions géométriques qu'on obtient en donnant à α, α', ..., les valeurs 1, 2, ..., ∞. Nous trouvons ainsi, pour (3), l'expression

$$\frac{P}{8}\mathrm{S}_p \left\{ \frac{1}{p}\left(\frac{-1}{p}\right) \prod_\delta \left[1 + \left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right] \frac{\left(\frac{\delta}{p}\right)\delta^{-s+1}}{1 - \left(\frac{\delta}{p}\right)\delta^{-s+1}} \right] \right\}, \tag{4}$$

le produit $\prod_{\delta}$ s'étendant cette fois à TOUS les nombres δ, *premiers* (positifs, >1), *premiers à* $2P$. Ce produit s'écrit d'ailleurs :

$$\prod_{\delta} \frac{1+\left(\frac{-P}{\delta}\right)\left(\frac{\delta}{p}\right)\frac{1}{\delta^s}}{1-\left(\frac{\delta}{p}\right)\frac{1}{\delta^{s-1}}},$$

ou, par une transformation classique,

$$\sum\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n^{s-1}}\cdot\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n^s}:\sum\frac{1}{n^{2s}};$$

n parcourant les entiers positifs premiers à $2P$.

Revenant alors à l'équation (1) et chassant le dénominateur $\sum\frac{1}{n^{2s}}$, on a

$$(5)\qquad \sum\frac{1}{k}\frac{1}{[AC-B_1^2-PB_2^2]^s} = \frac{P}{8}\mathop{\mathrm{S}}_{p}\left[\frac{1}{p}\left(\frac{-1}{p}\right)\sum\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n^{s-1}}\cdot\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n^s}\right].$$

Au premier membre, la somme porte sur les réduites positives d'Hermite,

$$(A,\ B_1+i\sqrt{P}B_2,\ B_1-i\sqrt{P}B_2,\ C),$$

primitives ou non, mais propres [1], des discriminants premiers à $2P$: l'introduction des formes non primitives provient de ce que, après la multiplication par $\sum\frac{1}{n^{2s}}$, les a, b_1, b_2, c se trouvent multipliés par n, qui est premier à $2P$. Quant à k, c'est toujours le nombre des *automorphies* de la réduite $(A, \ldots, C)$. Au second membre, p et n ont été définis plus haut.

2. *Corollaire.* — En égalant, dans les deux membres de (5), les coefficients des termes en Δ^{-s}, on arrive, après quelques calculs faciles, à ce résultat :

Soit $\mathfrak{M}(\Delta)$ *la mesure des Classes d'Hermite*, PRIMITIVES OU NON, MAIS PROPRES, *de discriminant* Δ, *premier à* $2P$ *dans le corps* $i\sqrt{P}$; *on a*

$$\mathfrak{M}(\Delta)=\frac{P}{8}\left(\frac{-P}{\Delta}\right)\prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right]\cdot\sum d\left(\frac{-P}{d}\right),$$

---

(1) C'est-à-dire que A, B_1, B_2, C peuvent avoir un diviseur (entier ordinaire) commun, mais que A et C ne sont pas pairs à la fois.

le produit $\prod_{\varpi}$ s'étendant aux diviseurs *premiers* impairs (>1), ϖ, de P, et la somme Σ à *tous* les diviseurs (positifs) d, de Δ, y compris 1.

3. *Volume non euclidien de* $\mathfrak{D}$. — Faisons, dans (5), $s = 2 + \rho$; multiplions les deux membres par ρ et égalons leurs limites pour $\rho = 0$.

Second membre. — Je dis que la limite est zéro pour tous les termes de $\mathop{\mathrm{S}}_{p}$, sauf pour celui qui répond à $p = 1$, ou, ce qui revient au même, qu'on a

$$\lim_{\rho=0} \rho \sum \left(\frac{n}{p}\right) \frac{1}{n^{\rho+1}} = 0.$$

Posons, en effet, $P = pp'$; soient ϖ'_1, ϖ'_2, ... les diviseurs *premiers* impairs (>1), de p'; on a

$$(6) \qquad \rho \sum \left(\frac{\nu}{p}\right) \frac{1}{\nu^{\rho+1}} = \rho \sum \left(\frac{n}{p}\right) \frac{1}{n^{\rho+1}} \prod_{\varpi'} \frac{1}{1 - \left(\frac{\varpi'}{p}\right) \frac{1}{\varpi'^{\rho+1}}},$$

ν et n parcourant *respectivement* les entiers positifs premiers à $2p$ et à $2P$. Il suffit, pour le voir, de remplacer chacune des deux sommes Σ par son expression en produit, en n'oubliant pas que P n'a pas de facteur carré autre que 1. Tout revient donc à établir que le premier membre de (6) a zéro pour limite; or, il s'écrit $\rho \sum' \left(\frac{\varepsilon p}{\nu}\right) \frac{1}{\nu^{\rho+1}}$, ε étant $+1$ ou -1 selon que $p \equiv 1$ ou $3 \pmod 4$. Mais, p étant >1 et sans diviseur carré, il résulte de l'analyse de Dirichlet que la somme Σ' a une valeur finie pour $\rho = 0$; et dès lors son produit par ρ tend vers *zéro*.

Reste donc, au second membre de (5), le terme qui répond à $p = 1$; on a pour sa limite (après multiplication par ρ), en utilisant un résultat classique de Dirichlet,

$$(7) \qquad \frac{1}{8} P^{\frac{1}{2}} \prod_{\varpi} \left[1 - \frac{1}{\varpi}\right] \sum \left(\frac{-P}{n}\right) \frac{1}{n^2},$$

ϖ désignant tout diviseur premier impair (>1) de P, et n tout entier (positif) premier à $2P$. Telle est la limite, pour le second membre de (5).

Premier membre. — Nous avons à considérer les formes d'Hermite (A, ..., C), telles : 1° que, A et C n'étant pas pairs à la fois, le discrimi-

nant $AC - B_1^2 - PB_2^2$ soit premier à $2P$; 2° que la forme soit positive et réduite.

Supposons d'abord $P \equiv 1 \pmod 4$.

Il y a, *pour les parités de* A, B_1, B_2, C, si l'on veut que le discriminant soit impair et que A et C ne soient pas pairs à la fois, *six* cas possibles, comme on le voit aisément.

D'autre part, la congruence $\Delta = AC - B_1^2 - PB_2^2 \equiv 0 \pmod \varpi$, où ϖ désigne un quelconque des diviseurs premiers (impairs) de P, a, on le reconnaît de suite, ϖ^3 solutions en A, B_1, B_2, C; la *non-congruence* $\Delta \not\equiv 0 \pmod \varpi$ en a donc $(\bmod\ \varpi)$ $\varpi^4 - \varpi^3$; il en résulte immédiatement que le nombre des systèmes $A, \ldots, C$ distincts $(\bmod\ P)$, tels que Δ soit premier à $2P$ et A et C non pairs à la fois, est le *produit*

$$(8) \qquad 6\prod_{\varpi}(\varpi^4 - \varpi^3) \quad \text{ou} \quad 6P^4\prod_{\varpi}\left[1 - \frac{1}{\varpi}\right].$$

Considérons un quelconque de ces systèmes; nous aurons

$$(9) \quad A = \alpha + 2Pu; \qquad B_1 = \beta_1 + 2Pv_1; \qquad B_2 = \beta_2 + 2Pv_2; \qquad C = \gamma + 2Pw,$$

les α, β_i, γ étant fixes, et u, v_1, v_2, w désignant des entiers ordinaires quelconques.

Il faut maintenant que la forme $Axx_0 + \ldots + Cyy_0$ soit positive et réduite; on aura donc d'abord $A > 0$, et l'on exprimera que le point représentatif de la forme, c'est-à-dire le point X, Y, Z, défini par

$$(10) \qquad X = -\frac{B_1}{A}; \qquad Y = -\frac{B_2}{A}\sqrt{P}; \qquad Z = \frac{\sqrt{AC - B_1^2 - PB_2^2}}{A},$$

appartient au domaine $\mathfrak{D}$, d'où certaines relations,

$$(11) \qquad G_i(X, Y, Z) \geqq 0.$$

Cela posé, A, B_1, B_2, C étant du type (9), et vérifiant (11), ainsi que $A > 0$, il faut chercher la limite, pour $\rho = 0$, de la somme

$$(12) \qquad \sum \rho \frac{1}{k}(AC - B_1^2 - PB_2^2)^{-2-\rho},$$

étendue à ces valeurs de $A, \ldots, C$. Parmi les réduites correspondantes, celles qui ont leur point représentatif *à l'intérieur* de $\mathfrak{D}$ admettent seulement *deux* automorphies ($x' = \varepsilon x$, $y' = \varepsilon y$; $\varepsilon = \pm 1$); en sorte que, pour elles, $k = 2$.

Les réduites pour lesquelles $k > 2$ ont sûrement leur point représentatif *sur la surface* de $\mathfrak{G}$; négligeons-les d'abord, ou plutôt supposons $k = 2$ pour toutes les réduites considérées.

Alors, d'après les principes de Dirichlet, la limite de (12), où $k = 2$, sera celle, pour $t = \infty$, de $T : t^2$, où T désigne le nombre de celles des réduites en question pour lesquelles on a

$$AC - B_1^2 - PB_2^2 \leq t.$$

Posons

$$(13) \qquad \xi = \frac{A}{\sqrt{t}}, \quad \eta_1 = \frac{B_1}{\sqrt{t}}, \quad \eta_2 = \frac{B_2}{\sqrt{t}}, \quad \zeta = \frac{C}{\sqrt{t}};$$

en vertu de (9), les points ξ, η_1, η_2, ζ sont, dans l'espace à quatre dimensions, les sommets d'un *réseau*, dont la *maille* est un *cube* de côté $\frac{2P}{\sqrt{t}}$; il est clair que, pour $t = \infty$, T est égal au *volume* V de la région de l'espace qu'occupent ces points, divisé par le volume de la maille, qui est $16P^4 : t^2$. La limite de la somme (12) est donc $V : 16P^4$.

La région V est définie par les inégalités

$$(14) \qquad \xi > 0, \qquad \xi\zeta - \eta_1^2 - P\eta_2^2 \leq 1, \qquad G_i(X, Y, Z) \geq 0,$$

X, Y, Z étant supposés remplacés par leurs expressions en $\xi, \ldots, \zeta$, déduites de (10) et (13); et l'on a

$$(15) \qquad V = \int\int\int\int_V d\xi\, d\eta_1\, d\eta_2\, d\zeta.$$

Passant des variables ξ, η_1, η_2, ζ aux variables ξ, X, Y, Z, on trouve

$$V = \int \frac{2\xi^3 Z\, d\xi}{\sqrt{P}}\, dX\, dY\, dZ,$$

le champ de cette intégrale quadruple étant défini par les inégalités

$$\xi > 0, \qquad \xi Z \leq 1, \qquad G_i(X, Y, Z) \geq 0.$$

Parmi les dernières, figure $Z > 0$, puisque $\mathfrak{G}$ est dans le *demi-espace supérieur*.

On en conclut, en intégrant par rapport à ξ, entre 0 et $1 : Z$,

$$V = \frac{1}{2\sqrt{P}} \int_{\mathfrak{G}} \frac{dX\, dY\, dZ}{Z^3} \qquad \text{ou} \qquad V = \frac{1}{2\sqrt{P}} \mathfrak{G},$$

$\mathfrak{G}$ désignant l'intégrale qui figure au second membre, et qui est le *volume*

non euclidien du domaine $\mathcal{D}$ dans le demi-espace de Poincaré, puisque, dans cet espace, $dX\,dY\,dZ : Z^3$ est l'élément de *volume*.

Ce calcul nous montre qu'il est inutile de se préoccuper des réduites pour lesquelles $k > 2$, car, leurs points représentatifs étant *sur* la surface de $\mathcal{D}$, leur introduction ne changerait rien à la valeur calculée de V.

Finalement, la limite cherchée, pour le premier membre de (5), est égale, d'après ce qui précède, au produit de $V : 16P^4$ par le nombre (8); égalons-la à celle (7) du second membre, nous obtenons *l'expression* suivante de $\mathcal{D}$ *par une série :*

$$(16)\qquad \mathcal{D} = \frac{1}{3}P^{\frac{3}{2}}\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\frac{1}{n^2},$$

$\mathcal{D}$ désignant le *volume non euclidien du domaine fondamental du groupe modulaire dans le corps* $i\sqrt{P}$, et n parcourant tous les *entiers positifs premiers à* 2P.

Même résultat si $P \equiv 2 \pmod 4$, en sorte que la formule (16) est valable pour $P \equiv 1$ ou $2 \pmod 4$.

Domaine de Picard. — C'est celui qui répond à $P = 1$; son *volume* est donc

$$(17)\qquad \mathcal{D} = \frac{1}{3}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^2},$$

n parcourant les *entiers positifs impairs*.

ASTRONOMIE. — *Travaux de La Caille* (suite) *et de ses successeurs au Collége Mazarin.* Note (¹) de M. G. Bigourdan.

Géodésie. — Les premiers travaux connus de La Caille se rapportent à la Géodésie; nous l'avons vu, en effet, collaborant avec Maraldi en 1738 pour les côtes de France et avec Cassini III (1739...) pour la vérification de la Méridienne.

Au Cap, quand il eut terminé, et bien au delà, les observations qui étaient le but de son voyage, six mois restaient encore jusqu'à l'arrivée des vaisseaux qui devaient le ramener en Europe. Comme bien on pense, La Caille ne les passa pas dans l'inaction, mais il entreprit de mesurer un arc de méridien qui a été comme la pierre d'attente de l'arc du Cap au Caire ou même du Cap au Spitzberg.

(¹) Séance du 7 juillet 1919.

Nous n'entrerons pas ici dans le détail de cette importante opération, non plus que des mesures analogues qu'il fit en France, avec d'autres membres de l'Académie, pour vérifier les opérations de Picard; on pourra voir à ce sujet : Delambre, *Grandeur et figure de la Terre*, p. 63-85.

Cet arc a été vérifié et étendu. (Voir *Sir Thomas* Maclear, *Verification and extension of Lacaille's arc of Meridian at the Cape of Good Hope*, 2 vol. in-4°, 1866.)

Comètes. — Dans le demi-siècle qui suivit l'apparition des *Principia* de Newton (1687), Halley fut à peu près le seul à mettre en pratique les méthodes qui y sont indiquées pour calculer l'orbite d'une comète; et en France, notamment, ces calculs d'orbites furent complètement négligés jusqu'à 1743 (Maraldi II), sans doute à cause du peu de détails donnés par Halley. La Caille parvint à exposer avec clarté cette matière, jusque-là difficile, l'appuya d'exemples, et dès ce moment divers astronomes français s'adonnèrent à ces calculs. Il donna lui-même la théorie des comètes de 1744, de 1593 (calculée au moyen d'observations inédites de Tycho), de 1759 I (Halley), de 1759 II.

En publiant ses observations de la comète de Halley (*Mém. Acad.*, 1760, p. 53), il mentionne le projet qu'il avait formé de calculer à nouveau les orbites des anciennes comètes; il se proposait même de déterminer à nouveau les positions des étoiles de comparaison et leurs mouvements propres; mais, dit-il, Pingré ayant entrepris une Cométographie complète, il se regarde « comme quitte » de l'espèce d'engagement qu'il avait pris.

A propos de la comète de 1744, il rend cette justice à Cassini et à Maraldi qu'ils ont observé ces astres avec soin; mais il ajoute qu'il est impossible de calculer les orbites avec les observations telles qu'elles sont données dans *Mém. Acad.* à cause des erreurs d'impression.

Longitudes en mer. — La Caille avait utilisé ses longs voyages en mer pour étudier les méthodes propres à déterminer les longitudes par le mouvement de la Lune. Après avoir discuté chacune d'elles (*Mém. Acad.*, 1759, H.166; M.62), il démontre l'insuffisance du Saros proposé par Halley pour la détermination des erreurs empiriques des tables, puis il rejette la méthode des angles horaires et se prononce pour celle des distances de la Lune au Soleil, aux planètes et aux belles étoiles, qu'il regarde comme la plus sûre et la plus directe. En terminant, il donne un modèle d'almanac nautique, qui reçut son exécution, à peu près sans changement, par l'édition

du *Nautical Almanac* anglais, dont le premier volume est celui de 1767, publié l'année précédente.

Divers. — Il faut nous arrêter dans cette énumération de travaux astronomiques importants, mais nous devons citer encore : la réinvention du micromètre circulaire, peut-être l'invention du micromètre rhomboïdal, l'observation du passage de Vénus de 1761, le calcul de 1800 éclipses pour la première édition de l'*Art de vérifier les dates*, la détermination des principaux points de Paris, les éditions d'ouvrages de Bouguer, la publication d'observations du P. Feuillée, de Chazelles, des observations de la pesanteur, le catalogue des nébuleuses australes, deux Mémoires théoriques, l'un sur l'emploi des formules différentielles qu'un astronome a constamment à employer, l'autre sur la théorie générale des projections et leur application aux prédictions d'éclipses, d'occultations, etc.

Le milieu du XVIII[e] siècle nous présente trois astronomes observateurs des plus éminents : Bradley, La Caille et T. Mayer. Moins heureux que le premier, à jamais illustre par la découverte de l'aberration et de la nutation, et par sa belle série d'observations stellaires, La Caille se place au moins à côté de lui par la profondeur des connaissances, par son ingéniosité à lutter contre les obstacles et par l'immensité de ses travaux, exécutés avec des moyens beaucoup plus modestes.

Pour juger de l'importance d'une partie seulement de ses travaux du Cap, il suffit de rappeler le soin que les étrangers ont pris de les perfectionner, comme nous l'avons indiqué, pour ses catalogues, pour son arc de méridien et pour la détermination de la réfraction.

Il a donné l'exemple d'une publication immédiate, régulière et détaillée de ses observations, ainsi que de tous les éléments nécessaires pour vérifier les résultats qu'il présente ; et, sous un climat parfois décrié, il a montré qu'il offre assez de beau temps pour qu'un observateur assidu puisse mourir de fatigue. Ses contemporains nous disent qu'il était en outre réservé, modeste, avant tout ami de la vérité jusqu'à l'imprudence; et ils rappellent divers traits bien connus de désintéressement. Aussi le considère-t-on à bon droit comme le modèle des astronomes, et l'on a pu dire de lui, comme Pline du grand Hipparque, *numquam satis laudatus*.

LES SUCCESSEURS DE LA CAILLE AU COLLÉGE MAZARIN.

Après la mort de La Caille, l'Observatoire du Collége, dépendance de sa chaire, échut à l'abbé Marie (1), son successeur.

Les instruments appartenaient en partie à l'Académie, en partie à La Caille : ceux-ci furent rachetés aux héritiers, sans doute sur les fonds de l'Académie, et Lalande obtint la disposition de tous.

Après entente, Observatoire et instruments furent laissés en l'état, et dès lors Lalande et Marie, qui paraissent avoir eu les mêmes droits sur l'ensemble, y reprirent les observations interrompues depuis quatre années (2).

A partir de ce moment, diverses observations, dont nous parlerons plus loin, y furent faites par Marie (3). Quant à Lalande, surchargé sans doute d'occupations, et qui n'a jamais beaucoup observé lui-même, il se fit remplacer par des élèves, là et ailleurs. Peu après, en effet, il commença de disposer plusieurs Observatoires (4) (ceux de la place du Palais-Royal, du Collége Royal, de l'École militaire) et il ne pouvait que diriger le travail, dont le programme se trouva ainsi être le même dans ces divers Observatoires :

Phénomènes accidentels (écl. ☉, ☾, Sat. ♃, Occult.) et observations méridiennes de ☉, ☾, des planètes, principalement dans les oppositions et conjonctions, rapportés à quelques belles étoiles.

C'est d'ailleurs ce même programme que suivaient également les autres astronomes de Paris en dehors de ceux qui, comme La Caille, avaient

---

(1) *Joseph-François* MARIE (Rodez, 1738 novembre 15 — † Mittau 1799, d'après Lalande, ou Memel, 1801 février 25, d'après d'autres), abbé, de la maison de Sorbonne, censeur royal, etc., fut nommé, en 1782, sous-précepteur des fils du Comte d'Artois, plus tard Charles X; à la Révolution, il suivit ses élèves dans l'émigration.

Il a publié un *Traité de Mécanique*, Paris, 1774, in-4°, remarquable par des Notes anonymes de Legendre, et donné de nouvelles éditions de quelques Ouvrages de La Caille.

(2) Lalande datait du 15 mars 1766 l'époque où il disposa de cet observatoire.

(3) Voici les observations publiées que nous connaissons de Marie : 1768 décembre 23 : passage méridien de ☾. — 1769 juin 3 : passage de ♀ ; — 1769 juin 4 : *écl.* ☉. — 1782 novembre 12 : passage de ☿. Voir respectivement pour les détails : *Mém. Acad.*, 1769, 63 ; — H. 94 et M. 417 ; — H. 99 et M. 426 ; — 1782, 207.

(4) Nous donnerons ici une liste que nous citerons plusieurs fois, sous le nom d'ÉTAT des instruments de Lalande :

entrepris des travaux spéciaux. Quand on employait la lunette méridienne, on déterminait sa déviation par les hauteurs correspondantes.

M. Yves Delage fait hommage à l'Académie de la vingt-deuxième année (1917) de l'*Année biologique*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Plusieurs brochures de MM. Moisés S. Bertoni et A. de Winkelried Bertoni relatives à la *Description physique et économique du Paraguay*.

MM. L. Camus, L. Chevreuil, Robert Lévy, H. Ollivier, Rouvillois, Sommelet, G. Sugot adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

« *État des instrumens qui ont été confiés par l'Académie à différens astronomes, d'après les récépissés qui s'en trouvent dans les papiers de Lavoisier.*

. . . .

Au Cen Lalande.

1. Un secteur de 6 pieds de rayon, dont se servait La Caille et qui est au Collége national [Collége de France].
2. Un sextant de 6 pieds dont se servait La Caille et qui est au collége Mazarin.
3. Un quart de cercle de 3 pieds qui est à l'École militaire.
4. Une lunette achromatique de Dollond de 40 lignes d'ouverture.
5. Deux lunettes méridiennes, l'une au collége national (la plus petite), l'autre au collége Mazarin.
6. Un quart de cercle mural, dont se servait Fouchy, au collége national.
7. Un quart de cercle de 20 pouces dont se servait Camus, qui est chez le Cen Delambre, rue de Paradis.
8. Trois pendules à seconde, — une au collége national de Julien Leroy, avec verge de compensation, — une au collége Mazarin à verge simple, — et une à l'École militaire de Lepaute, à verge de compensation.
9. Deux machines parallactiques en bois de 2 pieds chacune, avec lunette achromatique de 2 $\frac{1}{2}$ pieds et un réticule rhomboïde.
10. Deux micromètres, l'un à grande vis fait en 1753, qui a 9 pouces de hauteur,

ALGÈBRE. — *Élimination d'une inconnue entre trois équations algébriques.* Note [1] de M. STUYVAERT.

Nous avons consacré à cette question un article dans l'*American Journ. of Mathem.*, 1915, à l'occasion d'un travail de L.-L. Dines, dans le même Recueil. Notre exposé s'arrête longuement au cas de deux équations, tandis que la généralisation est un peu écourtée. Nous demandons la permission d'y revenir avec plus de détail, en raison de l'importance de la question [2].

---

l'autre de Meignier [Mégnié] à cadran d'émail, qui a 4 pouces de hauteur, une lunette de 9 pieds pour recevoir le grand micromètre.

11. Un héliomètre appliqué à une lunette de 18 pouces [18 pieds], au collège Mazarin.
12. Un vieux sextant de fer, de 3 pieds de rayon, au collége Mazarin.
13. Une toise divisée avec son étalon et son étui, confiée par le Cen Tillet.
14. Une pendule retirée à la mort du Cen Legentil.
15. Une lunette achromatique sur son pied, dont le prix lui a été payé par l'Académie, et qui doit lui avoir été laissée par l'artiste.
16. Un cercle astronomique, construit par Lenoir, qui a été payé sur les fonds de l'Académie et qui doit être incessamment terminé.
17. Une lunette méridienne qui a été payée sur les fonds de l'Académie.
18. La [?] pendule invariable de la Condamine, dont le Cen Lalande se trouve chargé par sa reconnaissance, mais qu'il paraît avoir remis à Dagelet lors de son départ pour le tour du monde.
19. Cinq toises de fer enchâssées dans du bois qui ont été étalonnées pour la mesure de la base de Villejuif sur la toise originale du Nord et qui ont été trouvées chez M. Bouguer.

Le tout sans préjudice des instruments qui sont dans l'observatoire de l'École militaire et qui appartiennent à cet établissement, savoir :

[20]. Un grand mural de 8 pieds;
[21]. Un secteur de 4 pieds;
[22]. Deux lunettes méridiennes;
[23]. Une lunette achromatique avec sa machine parallactique et son micromètre. »

(1) Séance du 25 août 1919.

(2) Dans les questions d'analyse, de géométrie ou de mécanique exigeant l'élimination d'un paramètre entre trois équations, il ne suffit pas, comme beaucoup d'auteurs l'affirment erronément, de combiner ces équations deux à deux (même de toutes les manières), car il se peut que F_1 et F_2 aient un commun diviseur f, F_2 et F_3 un diviseur g, F_1 et F_3 un diviseur h sans que les trois polynomes aient un diviseur commun. Par exemple, $x = t(t-1)$, $y = t(t-2)$, $z = t(t-1)(t-2)$, représente une conique ne passant pas par l'origine, bien que les trois cylindres projetants passent par l'origine. Même remarque pour plus de trois équations.

Soient trois polynomes

$$\left.\begin{array}{l} F = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \ldots + a_m \\ G = b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_n \\ G' = c_0 x^{n'} + c_1 x^{n'-1} + \ldots + c_{n'} \end{array}\right\} (m \geqq n \geqq n').$$

Prenons un polynome inconnu P de degré h quelconque, et des polynomes inconnus Q, Q′ de degrés respectifs $m+h-n$, $m+h-n'$.

Les conditions (C) pour l'existence d'une identité

$$FP + GQ + G'Q' \equiv 0$$

sont linéaires et au nombre de $m+h+1$ entre

$$h+1+(m+h-n+1)+(m+h-n'+1) = 2m-n-n'+3h+3$$

inconnues homogènes, savoir les coefficients de P, Q, Q′, et la matrice des coefficients de ces inconnues est

$$M = \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} a_0 & & & b_0 & & & c_0 & & \\ a_1 & a_0 & & b_1 & b_0 & & c_1 & c_0 & \\ \ldots & a_1 & \ldots & \ldots & b_1 & \ldots & \ldots & c_1 & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_m & \ldots & \ldots & b_n & \ldots & \ldots & c_{n'} & \ldots & \ldots \\ & a_m & \ldots & & b_n & \ldots & & c_{n'} & \ldots \\ \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}_{h+1 \text{ col.}}} & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}_{m+h-n+1}} & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}_{m+h-n'+1}} \end{array} \right\| m+h+1 \text{ lignes.}$$

Théorème I. — *Si* F, G, G′ *sont sans diviseur commun en* x, *si l'on n'a pas* $a_0 = b_0 = c_0 = 0$, *et si l'on suppose* h *au moins égal à* $n'-1$, *la matrice* M *a son rang maximé* (en d'autres termes, M n'est pas nulle).

En effet, choisissons deux polynomes,

$$\varpi = \varpi_0 x^{m-n} + \varpi_1 x^{m-n-1} + \ldots, \qquad \varpi' = \varpi'_0 x^{m-n'} + \varpi'_1 x^{m-n'-1} + \ldots,$$

tels que $a_0 + \varpi_0 b_0 + \varpi'_0 c_0$ soit différent de zéro et qu'en même temps le résultant de $F + \varpi G$ et G′ soit distinct de zéro. D'après un théorème connu, on peut satisfaire à ces deux conditions, même par des valeurs entières de ϖ'_0 et des coefficients de ϖ, car elles ne sont pas vérifiées par toutes les valeurs de ces coefficients.

Effectivement, $a_0 + \varpi_0 b_0 + \varpi'_0 c_0$ n'est pas toujours nul, puisque, par hypothèse, a_0, b_0, c_0 ne sont pas tous nuls. Et le résultant de $F + \varpi G$ et de G′ ne s'évanouit pas, quel que soit ϖ; en effet, d'une part, les premiers coefficients de $F + \varpi G$ et G′ ne sont pas toujours nuls; et, d'autre part,

ces deux polynomes n'ont pas, quel que soit ϖ, un plus grand commun diviseur D en x, car D divisant G′ serait indépendant des ϖ_i et, en posant $F + \varpi G = D\varphi$, on aurait une relation identique entre deux fonctions de ϖ_0, ϖ_1, ..., x, fonctions qui, égalées terme à terme, montrent D divisant séparément F et G; ceci contredit notre hypothèse suivant laquelle F, G, G′ n'ont pas de diviseur commun en x.

Les polynomes ϖ et ϖ' ayant été choisis comme il vient d'être dit, $F + \varpi G + \varpi' G'$ et G′ n'ont pas de diviseur commun en x, car un tel facteur diviserait $F + \varpi G$ et G′. De plus, $F + \varpi G + \varpi' G'$ et G′ n'ont pas leurs premiers coefficients tous deux nuls.

Si donc, contrairement à notre thèse, la matrice M pouvait être nulle, il en serait de même de cette matrice, transformée par addition de colonnes, de manière à s'appliquer aux trois polynomes $F + \varpi G + \varpi' G'$, G et G′.

Or, si $h \geqq n' - 1$, la matrice partielle N, obtenue en effaçant, dans M transformée, les colonnes relatives à G, a au moins autant de colonnes que de lignes, car alors

$$m + 2h - n' + 2 \geqq m + h + n' - 1 - n' + 2 = m + h + 1;$$

les déterminants les plus élevés qu'on en peut extraire s'obtiennent par suppression de colonnes et sont nuls si $M = 0$; et si N est carrée, elle est un de ces déterminants. Mais l'évanouissement de N est en contradiction avec ce que nous avons établi, dans notre article cité, pour deux polynomes $F + \varpi G + \varpi' G'$ et G′ qui n'ont pas de diviseur commun, ni leurs premiers coefficients nuls.

Théorème II. — *Si* F, G, G′ *rendus homogènes ont un plus grand commun diviseur de degré* α *et si* $h \geqq n' - \alpha - 1$, *la matrice* M *est de rang* $m + h + 1 - \alpha$.

Les quotients f, g, g' de F, G, G′ par leur plus grand commun diviseur sont de degrés $m - \alpha$, $n - \alpha$, $n' - \alpha$ et n'ont pas leurs premiers coefficients nuls. Alors le nombre $m + h + 1 - \alpha$ des conditions (C) relatives à f, g, g' est inférieur, de l unités par exemple, au nombre $2m - n - n' + 3h + 3$ d'inconnues, car h étant un entier, positif ou nul, supérieur à $n' - \alpha - 2$, on a aussi $2h > n' - \alpha - 2$, d'où

$$2m - n - n' + 3h + 3 > 2m - n - n' + h + n' - \alpha - 2 + 3$$
$$= m + h + 1 - \alpha + (m - n),$$

et cette dernière expression est supérieure à $m + h + 1 - \alpha$.

Ainsi les identités $fP + gQ + g'Q' \equiv 0$ sont possibles de ∞^l manières, car il y a l inconnues de plus que d'équations et la matrice des coefficients n'est pas nulle, attendu que le théorème I est applicable aux polynomes f, g, g', puisque ceux-ci sont sans diviseur commun et que $h \geqq n' - \alpha - 1$.

Or toute identité $fP + gQ + g'Q' \equiv 0$ en donne une $FP + GQ + G'Q' \equiv 0$ et *vice versa;* donc ces dernières sont possibles de ∞^l manières et la matrice M concernant F, G, G' est de rang

$$2m - n - n' + 3h - 3 - l = m + h + 1 - \alpha.$$

Réciproque des théorèmes I et II. — *Si la matrice* M *est de rang*

$$m + h + 1 - \alpha$$

et si $h \geqq n' - 1$, *les polynomes, rendus homogènes, ont un plus grand commun diviseur d'ordre* α *en* x.

En effet, les polynomes ont un diviseur commun en x, car s'ils n'en avaient pas, comme $h \geqq n' - 1$, le théorème I serait applicable et M serait non nulle, contre l'hypothèse.

Si le plus grand commun diviseur est d'ordre β, comme $h \geqq n' - 1$ et *a fortiori* $\geqq n' - \beta - 1$, le théorème II est applicable et le rang de M est $m + h + 1 - \beta$, d'où $\beta = \alpha$.

Remarques. — I. Pour $h = n' - 1$, on a la matrice la plus utile pour les applications; on peut l'appeler *matrice résultante.*

II. L'extension à plus de trois polynomes se fait par induction complète.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solution principale d'une certaine équation aux différences finies.* Note [1] de M. N.-E. **Nörlund**, transmise par M. Appell.

1. Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie le 18 août 1919, j'ai étudié l'équation

$$G(x + \omega) + G(x) = 2\varphi(x), \tag{1}$$

$\varphi(x)$ étant une fonction qui admet une dérivée d'ordre m telle que la série

$$\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \varphi^{(m)}(x + s\omega)$$

---

[1] Séance du 25 août 1919.

converge uniformément. J'ai défini la solution principale $G(x|\omega)$ par une limite double qu'on peut, par exemple, écrire comme il suit :

$$(2) \qquad G(x|\omega) = 2 \lim_{\eta=0} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \varphi(x+s\omega) e^{-\eta s}.$$

Cette limite est égale à la somme de la série

$$(3) \qquad 2\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \varphi(x+s\omega),$$

si elle converge. Mais, le plus souvent, cette série diverge. Pourtant la limite (2) existe toujours et elle définit une solution de l'équation (1) qui est une fonction continue de x et de ω, tant que ω reste positif. Mais, considérée comme fonction de ω, elle admet, en général, le point $\omega = 0$ comme point singulier. Pourtant, quand ω tend vers zéro par des valeurs positives, $G(x|\omega)$ tend toujours vers une limite et l'on a

$$\lim_{\omega=0} G(x|\omega) = \varphi(x).$$

On peut indiquer d'une manière plus précise comment se comporte notre solution au voisinage du point $\omega = 0$. De ce qui a été dit dans la Note susdite il résulte qu'elle se développe suivant les puissances de ω de la manière suivante :

$$(4) \qquad G(x|\omega) = \sum_{\nu=0}^{m-1} \varphi^{(\nu)}(x) \frac{C_\nu}{\nu!} \left(\frac{\omega}{2}\right)^\nu + R_m.$$

En général cette série sera divergente, mais elle est une série asymptotique en ω. *Elle représente la solution principale asymptotiquement pour les valeurs positives et très petites de* ω.

La série (4) possède encore une autre propriété remarquable. Soit maintenant ω un nombre fixe. Quand x tend vers l'infini, la fonction $G(x|\omega)$ ne tend, en général, vers aucune limite. Mais on démontre que le terme reste R_m de la série (4) tend vers zéro quand x tend vers l'infini. La série (4) nous donne donc un renseignement très précis sur la manière dont se comporte $G(x|\omega)$ pour les valeurs positives et très grandes de x.

2. De l'expression (2) on peut déduire deux autres expressions qui représentent la même fonction et qui sont d'une application plus facile.

Soit h un nombre tel que $0 \leqq h \leqq \omega$. On démontre que

$$G(x \mid \omega) = \lim_{p=\infty} \left[2 \sum_{s=0}^{p-1} (-1)^s \varphi(x + s\omega) + (-1)^p \sum_{\nu=0}^{m-1} \frac{E_\nu(h \mid \omega)}{\nu!} \varphi^{(\nu)}(x - h + p\omega) \right].$$

D'autre part, la somme de la série divergente (3) peut se représenter par une série convergente. On trouve

$$G(x + h \mid \omega) = \sum_{\nu=0}^{m-1} \frac{E_\nu(h \mid \omega)}{\nu!} \varphi^{(\nu)}(x) + 2 \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s [\varphi(x + h + s\omega) - p(x + s\omega)],$$

où l'on a posé

$$p(x) = \sum_{\nu=0}^{m-1} \frac{E_\nu(h \mid \omega)}{\nu!} \frac{\varphi^{(\nu)}(x + \omega) + \varphi^{(\nu)}(x)}{2}.$$

Si l'on pose $h = 0$ ou $h = \frac{\omega}{2}$ ces deux expressions se simplifient.

3. Voici enfin une autre série convergente d'une nature bien différente. En désignant par $\Delta_\omega \varphi(x), \Delta_\omega^2 \varphi(x), \ldots$ les différences successives, formées avec l'intervalle ω, on déduit de l'expression (2) que

$$G(x \mid \omega) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{\omega}{2}\right)^s \Delta_\omega^s \varphi(x).$$

4. La fonction $G(x \mid \omega)$ peut se représenter par une série trigonométrique de la forme

$$(5) \qquad G(x \mid \omega) = \sum_{s=0}^{\infty} \left(a_{2s+1} \cos \frac{(2s+1)\pi x}{\omega} + b_{2s+1} \sin \frac{(2s+1)\pi x}{\omega} \right).$$

Ce développement est valable dans l'intervalle $x_0 < x < x_0 + \omega$, si l'on détermine les coefficients comme il suit :

$$a_s = \frac{4}{\omega} \lim_{\eta=0} \int_{x_0}^{\infty} \cos \frac{\pi s z}{\omega} \varphi(z) e^{-\eta z} dz, \qquad b_s = \frac{4}{\omega} \lim_{\eta=0} \int_{x_0}^{\infty} \sin \frac{\pi s z}{\omega} \varphi(z) e^{-\eta z} dz.$$

On démontre aisément que ces deux limites existent. On peut aussi exprimer les coefficients par la somme d'un nombre fini de termes et une intégrale convergente. On trouve par exemple, si m est pair,

$$\frac{\omega}{4} a_s = -\sum_{\nu=0}^{m-1} \left(\frac{\omega}{\pi s}\right)^\nu \varphi^{(\nu)}(x_0) \sin \left(\frac{s x_0}{\omega} + \frac{\nu}{2}\right) \pi + (-1)^{\frac{m}{2}} \left(\frac{\omega}{\pi s}\right)^m \int_{x_0}^{\infty} \varphi^{(m)}(z) \cos \frac{\pi s z}{\omega} dz.$$

Il convient de remarquer que la série (5) admet la période 2ω, mais elle représente la fonction du premier membre seulement dans un intervalle de longueur ω.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les effets transversaux du retrait dans les ouvrages en béton armé.* Note [1] de M. G. GUILLAUMIN, présentée par M. Boussinesq.

I. Le retrait du béton, pendant le durcissement à l'air des ouvrages en béton armé, a pour effet, comme l'a montré M. Vasilesco Karpen [2], de presser les armatures contre leur gaine de béton et, par conséquent, de créer une adhérence. En même temps, il se développe, dans les sections transversales de la gaine, des tensions T dirigées suivant les circonférences des différentes couches concentriques. Ce sont là des effets du retrait qu'on peut appeler *transversaux*, par opposition avec les *effets longitudinaux* signalés et discutés depuis longtemps, notamment, ici même, par Considère [3].

On se rendra aisément compte que le calcul présenté par M. Vasilesco Karpen conduit à admettre que les tensions T puissent atteindre et dépasser 100 kg : cm². Ce calcul a donc besoin de subir une rectification que nous avons faite en partant de la loi de l'*étirage*, d'après laquelle le coefficient d'élasticité du béton à l'extension s'annule dès que l'allongement atteint une limite ε voisine de 10^{-4}.

Gardant les notations et les données numériques de notre première Note et ne tenant pas compte des déformations longitudinales, on démontre que l'effort normal R_0 de contact entre les deux matériaux, qui est ici une pression, ne peut jamais dépasser la limite suivante, obtenue quand toute la gaine de béton est étirée circulairement :

$$R_0 = -\frac{\varepsilon E}{r_0}\int_{r_0}^{r_1}\frac{dx}{1+\eta\dfrac{r_1^2-x^2}{r_1^2+x^2}} = -\frac{\varepsilon E}{1+\lambda\eta}\left(\frac{r_1}{r_0}-1\right) \qquad (0<\lambda<1),$$

soit très sensiblement $-\varepsilon E\left(\dfrac{r_1}{r_0}-1\right)$ à cause de la faible valeur de η.

---

(1) Séance du 1er septembre 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 21.

(3) *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 467; t. 158, 1914, p. 1550 et 1756.

Pour $\frac{r_1}{r_0} = 2$, par exemple, on trouve $R_0 = -20$ kg : cm² (au lieu de 50^{kg} environ dans la théorie de M. Vasilesco Karpen). On voit l'intérêt qu'il y a à augmenter l'épaisseur de béton, laissée entre les armatures et les parements des ouvrages, à raison du diamètre des fers.

II. Dès que la valeur moyenne de $\frac{r_1}{r_0}$ est un peu forte, on peut supposer, sans erreur sensible, que l'épaisseur de la gaine de béton est indéfinie. Soit alors η' la valeur du rapport de la contraction transversale à la dilatation longitudinale pendant la période d'étirage et de fissuration du béton. On trouve, pour déterminer la pression de serrage $-R_0$, correspondant à un retrait donné, les équations suivantes, dans lesquelles ρ désigne le rapport entre le rayon extérieur de la couche étirée et r_0 :

$$\frac{c(1+\eta)}{\varepsilon} + 1 - \eta - \frac{1-\eta_1}{m} + 2\rho\left(\frac{\rho^{\eta'}-1}{\eta'} + \eta + \frac{1-\eta_1}{m}\right) = 0,$$

$$R_0 = -\frac{\varepsilon E}{1+\eta}(2\rho - 1).$$

Pour $c = -0,00045$ (c'est à peu près la limite du retrait à l'air sec), on obtient, quel que soit η', mal connu mais très petit, une pression de contact toujours voisine de 60^{kg}, qui correspond à une adhérence tangentielle de 42 kg : cm² environ (au lieu de 52^{kg} comme le donnerait le calcul de M. Vasilesco Karpen).

Les déformations longitudinales ont d'ailleurs pour effet, comme nous l'avons vu dans notre précédente Note, d'augmenter légèrement ces chiffres. Quant à la couche de béton étirée circulairement, elle a à peu près comme épaisseur le rayon de l'armature ($\rho = 2$). Dans le cas du durcissement sous l'eau, nous avons montré qu'au contraire il tend à se former une gaine de béton étirée radialement.

III. Les résultats numériques indiqués ci-dessus peuvent-ils être considérés comme l'expression approchée de la réalité ? Il serait bien hasardeux de l'affirmer. Considère [1] a fait valoir les motifs pour lesquels il paraissait difficile de calculer, avec une certaine rigueur, les effets longitudinaux du retrait. A ces motifs, qui valent également pour les effets transversaux, on peut ajouter les suivants :

(1) *Loc. cit.*

1° En pratique, les changements de volume du béton, conséquences du durcissement, se continuent longtemps après la mise en service; à partir de ce moment, les efforts alternatifs, auxquels sont soumises les pièces, viennent compliquer, comme on sait, les phénomènes;

2° On doit en outre admettre, d'après les travaux de M. Marcel Brillouin et de M. Bouasse, notamment, que des déformations qui mettent plusieurs années à se manifester ne sont pas liées aux efforts qu'elles engendrent par les lois simples appliquées usuellement [1];

3° Enfin, M. Féret a montré [2] à quelles grosses inégalités de toutes sortes les manifestations de l'adhérence étaient sujettes, pour de nombreuses raisons dont la moindre n'est pas la grande hétérogénéité du béton.

Dans tous les cas, on voit que les ouvrages en béton armé se trouvent, au moment où, ayant fait prise, ils sont mis en service ou expérimentés, dans un état élastique déjà très complexe qui n'est pas pour faciliter les calculs pratiques ou les interprétations des mesures expérimentales.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Borrelly* (1919 *c*) *faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Besançon*. Note de M. **P. Chofardet**, transmise par M. B. Baillaud.

Dates. 1919.	Temps moyen de Besançon.	ΔÆ.	ΔDP.	Nombre de compar.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Dist. polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Août 25..	9.14.52	+1.26,31	+ 8. 8,7	12: 9	14. 7.29,26	9,641	63.54.26,6	$0,725_n$	*a*
» 27..	9. 4.15	−0.39,13	+ 5.52,2	12: 9	14.10.37,20	9,636	64.42.35,7	$0,724_n$	*b*
» 28..	9.13. 1	−1. 8,40	− 0.36,1	9: 6	14.12.13,99	9,638	65. 7. 3,0	$0,736_n$	*c*

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	Æ moyenne. 1919,0.	Réduction au jour.	DP moyenne. 1919,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a.........	8,1	14. 6. 1,11	+1,84	63.46.17,6	+ 0,3	A.G. Cambridge (E), 6734
b.........	9,0	14.11.14,48	+1,85	64.36.43,3	+ 0,2	id. 6763
c.........	9,0	14.13.20,53	+1,86	65. 7.38,9	+ 0,2	id. 6780

Remarques. — Cette comète, estimée de 10ᵉ grandeur, est relativement lumineuse;

---

[1] Ce motif a d'autant plus de valeur qu'à bien des égards le béton jeune a des propriétés analogues à celles des métaux non écrouis.

[2] *Étude expérimentale du ciment armé.*

elle est ronde, mesure 2′ de diamètre et a une condensation centrale, nébuleuse, mais bien définie. Absence de queue.

Le 28 août l'observation est faite pendant un fort vent du Sud-Ouest qui fait trépider la lunette.

ASTRONOMIE. — *Observations des comètes Borrelly, Kopff et Metcalf faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. J. **Guillaume**, transmise par M. B. Baillaud.

Dates 1919.	Temps moyen de Lyon.	Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★
				Comète Borrelly.					
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Août 28..	9. 1.42	−0.19,27	− 2.56,3	8:8	14.12.15	+9,647	24.53.0	+0,713	*a*
				Comète Kopff (¹).					
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Août 28..	9.54.48	−0. 2,63	+ 4.53,4	8:8	19.32.50,70	+8,919	−8. 9. 7,3	+0,849	*c*
				Comète Metcalf.					
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Août 28..	10.53.13	+0.33,88	+ 1.27,9	8:8	22.23.46,72	−9,213	44.17. 1,0	+9,562	*d*

Positions des étoiles de comparaison.

★.	α moyenne. 1919,0.	Réduction au jour.	δ moyenne. 1919,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a........	14.12.32	+1,85	24.55.56	− 0,2	Anonyme 10ᵉ rapportée à *b*
b........	14.13.20,53	»	24.42.21,1	»	A.G. Cambridge, 6780
c........	19.32.49,20	+4,13	−8.14.17,9	+17,2	A.G. Vienne-Ott., 6838
d........	22.23.10,02	+2,82	44.15.21,6	+11,5	A.G. Bonn, 16728

Remarques. — Le 28 août, l'état de définition des images est très mauvais, des coups de vent du Sud impriment au bras de l'instrument des déplacements de plus de 20″, gênant les mesures en Δα et empêchant de rapporter convenablement l'étoile *a* à l'étoile *b*. (De nombreux éclairs diffus à l'horizon, de l'Ouest au Nord, signalent des foyers orageux violents.) Des trois comètes, celle de Borrelly est la plus facile à observer : c'est une nébulosité circulaire d'environ 50″ de diamètre, avec condensation centrale; son éclat total est de 9ᵉ grandeur. La comète Kopff se discerne assez

(¹) Une erreur de plume sur l'Æ de l'étoile *b* du 7 août fait que les positions en α de cette étoile, de l'étoile *a* et de la comète, données page 276 du présent Volume des *Comptes rendus*, doivent être corrigées de −0ˢ,40. J. G.

mal : nébulosité sensiblement circulaire, d'environ 20″ de diamètre; éclat total 10e,5. La comète Metcalf, vue avec un faible grossissement, paraît de 8e grandeur : vaguement circulaire, d'environ 2′ de diamètre, avec faible condensation et peut-être un très petit noyau stellaire excentré; elle se discerne assez mal au micromètre et les pointés sont difficiles.

PHYSIQUE. — *Éther et Mécanique absolue des ondulations.* Note de M. G. **Sagnac**, présentée par M. E. Goursat.

Nous rejetons toute hypothèse *a priori* sur les lois ondulatoires de l'éther. Les bases de notre théorie sont les *lois extérieures* suivantes :

I. La géométrie euclidienne et la relativité réelle de la dynamique newtonienne de la matière sont admises comme *rigoureuses*.

II. La relativité de la radiation est une loi *purement extérieure*, limitée aux *effets* de l'*énergie moyenne ou totale* de radiation, sur nos sens ou sur des récepteurs incapables de nous révéler la structure ondulatoire absolue et intérieure de la radiation.

La relativité extérieure de la radiation est supposée *semblable* à la relativité newtonienne de la matière.

Le développement de cette idée générale conduit à justifier *l'entraînement complet de la distribution de l'énergie de radiation dans le temps absolu* des *horloges newtoniennes molaires et dans l'espace de référence solide* S *invariable newtonien*, où la source *s* de radiation élémentaire, le récepteur matériel *r* et les divers milieux ou instruments matériels utilisés par l'observateur sont dépourvus de tout mouvement relatif et invariablement liés au support solide invariable de S.

Cette *liaison dynamique de la matière* de la source *s* en translation et de l'*énergie de radiation* prolonge, dans tout le champ S, la dynamique newtonienne comme loi purement extérieure. Le récepteur *r*, supposé *un pur récepteur d'énergie totale ou moyenne*, est incapable de révéler aucune trace de l'état de *translation uniforme et rectiligne permanente* de l'ensemble du champ, privé de tout mouvement intérieur relatif molaire.

III. La loi newtonienne la plus fondamentale des champs de radiation est la suivante : Le *temps de radiation* absolu employé par l'*énergie* pour parcourir le nombre de divisions l d'une règle liée à S est $\frac{l}{C}$, où C est supposé isotrope et égal à une constante absolue dans le vide (3×10^{10} cm : sec).

La méthode des éclairs ou signaux croisés d'énergie permet, *sans aucune correction*, de vérifier l'heure absolue d'horloges molaires qu'on a construites identiquement, réglées au contact dans S et amenées lentement en divers points de S, tels que s, source élémentaire, et r, point sensible du récepteur.

Les surfaces d'énergie sont ainsi des *sphères*, à chaque instant centrées exactement sur la source s et restent telles dans tout régime permanent de translation uniforme.

La méthode de Rœmer ne permettra donc pas de déduire de l'observation des satellites de Jupiter un *temps de lumière* affecté d'une variation de l'ordre de la vitesse absolue de translation de Jupiter dans l'espace, comme le voudraient les anciennes théories de l'éther.

A l'extérieur d'un tube à rayons positifs de Sir Joseph Thomson (rayons-canaux de Goldstein, afflux cathodique de P. Villard), la lumière supposée émise par *éclairs périodiques* fournira, d'après la théorie, une vitesse relative $C\left(1 \pm \frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)$, pendant qu'un spectroscope isolera dans la même direction la lumière de la raie, déplacée par l'effet de Fizeau et Stark, et pourra mesurer la variation relative $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$ de longueur d'onde de la radiation utilisée pour la mesure. Si cette expérience réussit à montrer cette variation, assez abordable par les techniques actuelles dans le cas de l'hydrogène excité par les rayons positifs, les théories modernes de la relativité lorentzienne ou de la relativité générale d'Einstein en seront bouleversées.

IV. Nous admettons qu'il existe des *liaisons réelles* permettant de passer de la relativité newtonienne de l'énergie aux lois ondulatoires intérieures des trains de radiation : ces liaisons sont définies par les *lois de superposition des petits mouvements ondulatoires simples* telles que nous ont appris à les appliquer Fresnel, Fourier, Sir George Stokes, Gouy, Lord Rayleigh, A. Schuster, etc.

Voici la *théorie de la première liaison de l'éther et de la matière* qui correspond à la similitude newtonienne des temps dynamiques de la matière et de la radiation : nous avons admis que la vitesse U de l'énergie est, dans le champ S_u, une constante universelle C. La liaison nouvelle va rattacher cette constante newtonienne aux éléments anisotropes ondulatoires intérieurs : la longueur d'ondulation absolue $\mu(u, \alpha)$, et la vitesse de propagation des ondes, ou vitesse de propagation $V(u, \alpha)$ de la phase mesurée en *temps absolu* newtonien dans le système de référence S de la source s en

translation rectiligne et uniforme. Les longueurs parcourues et la longueur d'onde μ se mesurent le long de la règle invariable l de S, de direction α par rapport à la translation.

L'origine absolue des vitesses u comptées dans le système de référence $\Sigma(o)$ universel est définie par l'*isotropie* de la longueur d'onde μ_0 et de la vitesse V_0 dans certains champs S_0, qui seront dits en *repos absolu*, comme $\Sigma(o)$. Considérons la vitesse de propagation C de l'énergie moyenne dans S_u comme définie par celle du *maximum d'amplitude* d'un *battement* infiniment long que produit le long de l_α la superposition de l'ondulation (μ, V) de s et d'une autre ondulation $(\mu + d\mu)$. Celle-ci est issue d'une source s' infiniment voisine de s et *n'en différant que par un excès dv de vitesse radiale le long de l_α*; la vitesse de la seconde ondulation est $V + dV$ dans le système de référence S' de la source correspondante s'; elle est $(V + dV + dv)$ dans S le long de l où les deux ondulations simples *forment vernier* par leurs ondes de longueurs respectives μ et $(\mu + d\mu)$. La vitesse du glissement relatif des deux séries d'ondes dans S est $(dV + dv)$ et comble la différence $(-d\mu)$ des deux intervalles d'ondes dans le *temps* $\left(-\frac{d\mu}{dV + dv}\right)$, ce qui fait progresser exactement d'une longueur μ la coïncidence des deux ondulations, c'est-à-dire le *maximum d'énergie*, et représente, par conséquent aussi, le *temps* $\frac{\mu}{C - V}$. L'*équation de liaison* de l'éther et de la matière est donc l'équivalence de ces deux temps, et l'on a, dans S, le long de la règle l dont la direction α est comptée par rapport à u,

$$U = C = V - \mu \frac{d(V + v)}{d\mu}.$$

OPTIQUE. — *Phare de grand atterrage, avec optique à réflecteurs métalliques.* Note [1] de M. **Jean Rey**, présentée par M. A. Blondel.

Les nécessités de la navigation ont obligé la Marine française à compléter, pendant la guerre, l'éclairage des côtes de la Tunisie par l'érection d'un feu-éclair à éclats groupés, sur l'îlot du Galiton situé à une distance de 47 milles environ à l'ouest-nord-ouest de Bizerte.

L'Administration française des Phares, chargée de la préparation de cet appareil, a fait choix, pour des raisons de rapidité d'exécution et de prix,

---

[1] Séance du 25 août 1919.

d'une optique à groupe de 4 éclats, entièrement métallique. Ce qui fait l'originalité de ce nouvel appareil, c'est le remplacement d'une optique en verre du système de Fresnel, seule employée dans les phares depuis une centaine d'années, par une optique dont les dispositions sont entièrement nouvelles. Elle est constituée par 4 réflecteurs en bronze spécial doré et bruni, représentant chacun le quart d'un réflecteur entier, parabolique, de $2^{m},25$ de diamètre et de $0^{m},65$ de distance focale. Ce réflecteur, dont la taille a présenté des difficultés toutes particulières, est le plus grand qui ait été réalisé jusqu'à ce jour.

Cette optique est montée sur un soubassement, avec cuve à mercure lui permettant d'effectuer une révolution complète en 20 secondes.

Les surfaces optiques de deux des réflecteurs sont placées au-dessus du plan horizontal moyen, et celles des deux autres au-dessous de ce plan. Les axes optiques sont écartés de 60° en azimut, ce qui donne à l'intervalle compris entre chacun des 4 éclats une durée de 3,33 secondes, et pour l'intervalle entre les groupes 10 secondes.

Ce phare a été mis en service au mois de mai 1919.

La précision exigée pour la taille de ces grands réflecteurs a été définie par l'écart angulaire entre le plan tangent en chaque point et le plan tangent au paraboloïde théorique, écart qui ne doit pas dépasser 10 minutes.

La vérification effectuée à l'aide d'une méthode que j'ai indiquée précédemment ([1]) a montré qu'en aucun point cet écart ne dépassait 8 minutes d'angle.

Mesures photométriques. — Les mesures photométriques effectuées sur l'appareil de la Galite, à Paris (février et mars 1918) ont indiqué en laboratoire une puissance maxima du feu de 202000 bougies, et en plein air, dans les conditions de l'expérience, d'environ 173000 bougies, soit 15 pour 100 de moins. Les mesures effectuées en laboratoire, par une méthode que j'exposerai ultérieurement, sont, je crois, les plus exactes.

L'écart provient de l'absorption atmosphérique particulièrement élevée dans la région parisienne, et dont les variations, dans la même séance, ont dépassé parfois 20 pour 100.

Toutefois, les expériences directes en plein air ont permis une vérification assez nette des calculs préliminaires, en comparant directement,

---

([1]) *Méthode de vérification des réflecteurs optiques* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 329).

dans la même séance, l'intensité donnée par le réflecteur et par la source lumineuse ; le rapport des deux surfaces est de $\frac{9940^{\text{cm}^2}}{52^{\text{cm}^2}} = 191,1$. Si l'on tient compte des occultations partielles du réflecteur, ce rapport se trouve réduit à $191,1 \times 0,81 = 155$. Or la mesure directe a donné le nombre 132. La comparaison de ces deux nombres doit être égale au rendement de l'optique, soit $\frac{132}{155,0} = 0,852$.

Ce résultat est très voisin de la valeur du rendement du réflecteur mesurée directement.

Portée. — Pour déterminer la portée du feu, on le comparera à un feu sensiblement de même puissance installé sur nos côtes, le feu de *Camarat*, à groupes de 4 éclats, qui a une puissance maxima du faisceau de 200000 bougies environ. La durée totale de chacun de ses éclats est de 0,38 secondes au lieu de 0,44 pour le feu de la Galite; la portée du feu de Camarat doit donc être inférieure d'une quantité insignifiante. Or les expériences de l'Administration française des Phares ont permis de la fixer à 30 milles environ pendant 50 pour 100 de l'année. Il est donc probable que cette portée sera aussi celle du feu de la Galite, si la transparence atmosphérique moyenne des côtes de la Tunisie ne s'écarte pas trop de la valeur constatée pour les côtes de France; les premières mesures effectuées par le Service des Ponts et Chaussées tunisiens semblent de nature à le confirmer.

Il n'est pas sans intérêt de remarquer que l'optique employée au phare de Camarat est constituée par des lentilles annulaires de premier ordre, au $\frac{1}{8}$, correspondant à une section droite du faisceau de 17000^{cm^2}. Si l'on compare cette section à celle de l'un des réflecteurs du phare de la Galite on constate que l'éclat moyen, par centimètre carré de l'optique en verre, soit $\frac{200000 \text{ bougies}}{17000^{\text{cm}^2}} = 11,75$ bougies; ce nombre, comparé à l'éclat de la source, 32,8 bougies, donne un rapport de 0,359; tandis que, pour le phare de la Galite, ce rapport a pour valeur $\frac{20,33 \text{ bougies}}{32,8} = 0,62$. L'utilisation pratique du réflecteur est donc plus élevée.

Il y a là un argument sérieux en faveur de l'application des optiques à réflecteurs métalliques pour les feux de grand atterrage.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le chlorure de cyanogène.*
Note de MM. **Ch. Mauguin** et **L.-J. Simon**, présentée par M. Ch. Moureu.

La plupart des Traités mentionnent seulement deux chlorures de cyanogène : l'un liquide ou aisément liquéfiable, l'autre solide polymère du premier. Cependant, quelques Ouvrages très importants auxquels on a volontiers recours, comme le *Dictionnaire* de Würtz (t. 1, 2e Partie, p. 1080) ou le *Traité* de Moissan (t. 2, p. 338), signalent avec réticence ou restrictions un chlorure gazeux. D'autre part, les constantes physiques sont discordantes. Il peut être utile de dissiper ces équivoques. La répétition des divers modes de préparation du chlorure de cyanogène liquide, la mise au point de quelques variantes de ces procédés nous offrent l'occasion de fixer les constantes et de trancher la question.

Méthode de Gay-Lussac. — Le chlorure de cyanogène se forme dans l'action du chlore sur l'acide cyanhydrique en solution aqueuse :

$$CNH + 2Cl = ClCN + HCl.$$

L'acide cyanhydrique peut être remplacé par le cyanure de sodium associé en proportions équimoléculaires à l'acide chlorhydrique [1] :

$$CNNa + HCl + 2Cl = ClCN + NaCl + HCl.$$

Chlorure de sodium et acide chlorhydrique ne modifient pas la réaction; de cette solution, le chlorure de cyanogène est éliminé à l'état de vapeur; il est débarrassé du gaz chlorhydrique qu'il peut entraîner au moyen de marbre et d'humidité au moyen de chlorure de calcium, puis il est liquéfié par refroidissement aux environs de zéro.

Il n'est pas indispensable de faire appel au chlore gazeux : celui-ci peut être suppléé par l'eau de Labarraque, qu'on fera couler dans la solution de cyanure additionnée d'une quantité suffisante d'acide chlorhydrique :

$$CNNa + HCl + ClONa = ClCN + 2NaCl + H^2O.$$

Préparation électrolytique. — On peut également réaliser une disposition

---

[1] On pourra employer un peu plus d'une molécule d'acide chlorhydrique afin d'être certain de n'avoir plus de cyanure de sodium libre dont la présence est préjudiciable (voir *Comptes rendus*, t. **169**, 1919, p. 383).

dans laquelle le chlore serait produit électrolytiquement au sein même de la solution sur laquelle il doit agir.

1° Electrolyse d'une solution d'acides cyanhydrique et chlorhydrique.

On emploie une anode de graphite placée dans un vase poreux; la cathode est constituée par un vase métallique extérieur; le liquide cathodique est de l'acide chlorhydrique dilué; le liquide anodique est un mélange équimoléculaire d'acides cyanhydrique et chlorhydrique. Le vase poreux est clos et muni d'un tube de dégagement pour le chlorure de cyanogène; à la cathode, l'hydrogène se dégage régulièrement pendant l'électrolyse. Sous 5-6 volts, l'appareil absorbait 10-12 ampères (3-4 ampères par décimètre cube d'anode. On arrête l'opération quand on a fait passer dans la solution le nombre théorique d'ampère-heures.

2° L'électrolyse d'une solution de cyanure de sodium associé à l'acide chlorhydrique — deux molécules pour une de cyanure — conduit aux mêmes résultats.

3° L'électrolyse d'une solution de cyanure de sodium associé à l'acide chlorhydrique *en proportion équimoléculaire* a été aussi étudiée en employant comme liquide cathodique une solution de sel marin. Le rendement chimique est toujours le même que précédemment — 75 à 80 pour 100 — mais on recueille à la cathode une solution saline riche en soude.

Remarque. — Tous ces modes opératoires impliquent la distillation d'une solution aqueuse de chlorure de cyanogène en présence d'acide chlorhydrique d'une concentration déterminée. Nous nous sommes assurés que, sauf l'emploi de solutions chlorhydriques trés concentrées, il n'y avait pas à craindre d'hydrolyse notable du chlorure de cyanogène dans cette opération. La concentration optimum est, d'après nos expériences, deux molécules d'acide cyanhydrique ou de cyanure de sodium par litre. Il est en outre très important d'assurer une bonne réfrigération de la solution aqueuse où se forme le corps cherché, et corrélativement une agitation évitant toute surchauffe locale.

Le rendement est alors égal ou supérieur à celui de 80 pour 100 indiqué pour la méthode de Held au zincocyanure de sodium. Le chlorure de cyanogène est pur; la seule impureté qu'il puisse contenir est une faible quantité d'acide cyanhydrique. Pour apprécier cette quantité, on utilise la méthode classique de Denigès sur la solution même où le chlorure de cyanogène a été dosé par la méthode décrite antérieurement.

Méthode de Sérullas perfectionnée par Drechsel. — Elle consiste dans l'action d'une bouillie d'hydrate de chlore (71^g par litre d'eau à 0°) sur la quantité théorique de cyanure de mercure, en maintenant une journée à l'obscurité et agitant de temps à autre; il était d'autant plus utile de la soumettre à une répétition que l'origine de l'équivoque relative aux chlorures de cyanogène doit être rapportée aux constantes physiques attribuées par Sérullas au corps qu'il a préparé.

Résultats. — Les constantes de chlorure de cyanogène liquide sont les suivantes :

Température de fusion	— 6°,5
» d'ébullition	+ 12°,5
Densité à 0°	1,222
Coefficient moyen de dilatation 0°-45°	0,0019

En résumé, il y a deux chlorures de cyanogène : l'un volatil bouillant à + 12°,5 sous la pression atmosphérique; l'autre solide fusible à 145°, *et il n'y en a que deux.*

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations au sujet d'une submersion récente des côtes du Morbihan.* Note (¹) de M. Ch. Pussenot, présentée par M. Pierre Termier.

On trouve sur les basses falaises de quelques échancrures du littoral du Morbihan, aux environs de Plouharnel et de Pontivy, un sable grossier, d'origine granulitique et des galets analogues à ceux du rivage, mélangés dans des proportions variables. Ils se présentent fréquemment sous la forme d'agglomérats. Leur plus grande élévation au-dessus des hautes eaux atteint à peine $3^m,5$; mais les galets sont d'autant plus petits que leur altitude est plus grande. Divers auteurs ont regardé ces dépôts, dont on n'a pas trouvé jusqu'ici la continuation plus au Nord, ni sur le pourtour du golfe du Morbihan, comme les restes d'une ancienne *plage soulevée*, tout en rangeant dans le Pliocène la couche de sable par laquelle ils débutent quelquefois. Mais si l'on examine la configuration de la côte, on reconnaît que les points sur lesquels ils se montrent étaient autrefois reliés à la plage par une pente rocheuse, à laquelle l'action des vagues des hautes mers ordinaires a substitué, dans la suite, des parois plus ou moins verticales, suivant

(¹) Séance du 1er septembre 1919.

la résistance rencontrée. Il apparaît alors clairement que ces amas ont été accumulés, grâce à ces pentes, par les vagues des tempêtes, peut-être exceptionnelles à l'altitude où on les observe. Si ce travail n'est pas en rapport, à l'heure actuelle, avec la puissance d'action de la mer, cela tient uniquement à ce que, dans cette partie de la baie de Quiberon, le sable et la vase ont formé des atterrissements, ont envahi les fonds et les ont exhaussés en les portant, sur une grande étendue, à une altitude voisine du niveau des hautes mers, formant ainsi une vaste plaine, légèrement déclive du côté du large et sur laquelle la vitesse des vagues est rapidement amortie par le frottement.

D'autres restes de *plages soulevées* ont été signalés également dans l'île de Tiviec. En réalité, il existe là deux dépôts: l'un s'étend sur une bonne partie de l'île et s'accroît, à chaque tempête, du sable et des galets projetés par les vagues qui atteignent, dans ces parages, une très grande violence; l'autre, en tous points analogue aux précédents, d'une épaisseur de $0^m,5$ et d'une superficie de 10^{m^2} à 15^{m^2}, repose à 6^m au-dessus du niveau des hautes eaux, sur un rocher qui forme le fond d'une échancrure ouverte du côté du Sud-Ouest. La partie supérieure de ce rocher est taillée suivant une pente à laquelle succèdent, à partir du niveau des plus hautes mers et jusqu'à leur niveau moyen, d'énormes gradins. Par gros temps, on voit les vagues monter, grâce aux réflexions qu'elles subissent, à 1^m au-dessous du dépôt, et l'on ne doute plus que celui-ci, en présence des galets qu'elles abandonnent dans les anfractuosités, ne soit *l'œuvre des tempêtes* à une époque où le prolongement de la pente remplaçait les gradins.

On remarque, dans cette même île, du sable et des galets, accumulés à la manière des dépôts précédents dans les fentes qui divisent les falaises granulitiques. Ils y sont agglomérés et, lorsque les parties rocheuses soumises à l'action des lames s'écroulent, ils restent collés à la nouvelle falaise. Mais ceux d'entre eux qui se trouvent dans la zone d'attaque des lames de temps calme et de gros temps, soit à environ 2^m ou 3^m au-dessus des hautes eaux ordinaires, sont bientôt balayés; les autres apparaissent alors comme les traces d'une ancienne ligne de rivage.

En outre, j'ai pu observer la formation d'un amas de sable et de gravier sur la côte occidentale de la presqu'île de Quiberon, non loin de Kerniscob. A chaque attaque de la falaise granulitique par une lame, l'eau projetée dans une fissure élargie en remontait le fond incliné pour jaillir à $2^m,5$ plus haut, à la surface du sol, en abandonnant les matériaux qu'elle avait entraînés.

En définitive, il ne semble nullement nécessaire de recourir à l'hypothèse d'une submersion pour expliquer la formation des dépôts de Plouharnel, de Kerlostin et de l'île de Tiviec. Au contraire, toutes les observations indiquent qu'ils ont été accumulés sur les points où ils se trouvent, dans les conditions actuelles d'altitude et par les vagues des grandes tempêtes. Ils attestent que, depuis leur existence, la ligne des rivages ne s'est pas déplacée d'une façon sensible.

Et s'il y a sur d'autres parties du littoral ou sur les îles des restes de plages authentiques, à des altitudes trop considérables pour qu'ils puissent être attribués à des vagues de tempêtes séculaires, on est obligé de recourir, pour expliquer leur élévation au-dessus de la mer, tant que des restes analogues n'auront pas été signalés à l'intérieur de la côte, à des oscillations du sol.

Le dépôt le plus ancien de l'île de Tiviec supporte un amas considérable de cendre et de charbon, très fortement aggloméré et renfermant des os d'oiseaux, de petits mammifères et, en grand nombre, des coquilles appartenant aux diverses espèces de mollusques qui vivent sur la côte. Ce foyer, qui mériterait d'être étudié en détail, m'a fourni une pointe en os et deux petits silex taillés. Il fixe, suivant l'ancienneté qu'on lui attribue, l'époque à laquelle la ligne des rivages était déjà stable.

D'autre part, il existe à 25^{km} au Nord-Ouest, près de Kerrogol (environs d'Auray), dans la vallée du Bono et signalé autrefois par moi, un dolmen, en partie intact, qui est *submergé à chaque marée* (¹).

Si le foyer de l'île de Tiviec et ce monument préhistorique sont contemporains, *le sol s'est affaissé près d'Auray quand il était stable à Quiberon* : les indications fournies par les sondages en Vilaine seraient donc confirmées, ainsi que le caractère *essentiellement local* des mouvements *récents* du sol sur les côtes de la Bretagne. Cette localisation empêche en outre d'attribuer sans réserves exclusivement à des mouvements « eustatiques » de la mer les dépôts qui font l'objet de la présente Note.

(¹) *Bull. Soc. polym. du Morbihan : Proc.-verb.*, 1906, p. 34.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur des Poissons fossiles de la région côtière du Congo et sur la présence de l'Eocène dans cette région.* Note de M. **Maurice Leriche**, présentée par M. Charles Barrois.

La falaise de Landana, dans l'enclave portugaise de Cabinda (Congo), est un important gisement fossilifère. M. Diderrich, ancien directeur du Commerce et de l'Industrie de l'État indépendant du Congo, en a rapporté un certain nombre de fossiles (empreintes de Mollusques, restes de Tortues et de Poissons), dont l'étude a fait l'objet de plusieurs Mémoires ([1]).

L'intérêt et la richesse de ce gisement déterminèrent la direction du Musée du Congo belge, à Tervueren, près Bruxelles, à le faire explorer d'une façon méthodique. M. Bequaert, chargé de cette exploration, fit parvenir, en 1914, au Musée du Congo belge, d'importants matériaux, parmi lesquels se trouvent de très nombreux restes de Poissons, représentés surtout par des dents de Squales.

De plus, au cours de son voyage, M. Bequaert releva un nouveau gisement de Poissons fossiles à Sasazao, à 10^{km} environ de Landana, dans l'intérieur des terres.

La direction du Musée du Congo belge a bien voulu me confier l'étude des Poissons provenant des deux gisements explorés par M. Bequaert.

Gisement de Landana. — De renseignements stratigraphiques sommaires, adressés par M. Bequaert à M. Schouteden, attaché au Musée du Congo belge, il résulte que les terrains qui forment la falaise de Landana sont inclinés vers le Sud : la partie septentrionale de la falaise est ainsi formée par des couches un peu plus anciennes que celles qui constituent la partie méridionale.

Les restes de Poissons proviennent tous de la partie septentrionale de la falaise. On les trouve dans une série de couches, dont l'ordre de succession sera donné ultérieurement par M. Bequaert. Ils sont particulièrement fréquents dans un mince lit-repère, renfermant des coprolithes, et que M. Bequaert distingue sous le nom de *niveau à coprolithes*.

([1]) *La faune paléocène de Landana : Mollusques*, par E. Vincent; *Podocnemis congolensis*, par L. Dollo; *Poissons*, par M. Leriche [*Annales du Musée du Congo belge* (Géologie, Paléontologie, Minéralogie), 3e série (Bas et Moyen Congo), t. 1, fasc. 1; 1913].

La faune ichthyologique de toutes ces couches paraît être assez uniforme. J'ai reconnu parmi les éléments qui la composent : *Myliobatis dispar* Leriche, représenté par des dents et par des épines caudales; *M. Dixoni* L. Agassiz; *Ginglymostoma Thilensi* Winkler, prémut. *Bequaerti*, nouv. prémut.; *Odontaspis macrota* L. Agassiz, prémut. *striata* Winkler; *O.* cf. *Winkleri* Leriche; *Lamna appendiculata* L. Agassiz; *Carcharodon landanensis*, nouvelle espèce; un Siluridé, représenté par des fragments de rayons épineux des nageoires dorsale et pectorales; un Scombridé de petite taille, dont l'existence est révélée par une plaque hypurale [1].

Ce qui caractérise cette faune, c'est l'association d'une espèce crétacée, *Lamna appendiculata*, à un ensemble de formes tertiaires, dont plusieurs présentent des caractères primitifs. J'ai déjà insisté sur le caractère archaïque de *Myliobatis dispar* [2]. L'*Odontaspis macrota*, prémut. *striata*, qui est l'espèce la plus commune à Landana, s'y fait souvent remarquer par sa petite taille, par la sveltesse de ses dents et la multiplication des denticules latéraux (deux ou trois paires).

La détermination des nombreux matériaux récoltés par M. Bequaert confirme ainsi l'âge paléocène ancien (Montien) que j'avais attribué à la partie inférieure du gisement de Landana [3], d'après l'étude des Poissons recueillis jadis par M. Diderrich.

Gisement de Sasazao. — Ce gisement est situé sur les rives du Shiloango, à une dizaine de kilomètres de Landana. Les restes de Poissons qui en proviennent ont été recueillis, en grande partie, dans une argile jaune, bien différente des formations que l'on voit exposées dans la falaise de Landana. Quoique relativement peu nombreux, ces restes présentent une grande diversité, qui révèle une faune très variée. J'ai en effet reconnu, dans ces restes, les formes suivantes : *Myliobatis toliapicus* L. Agassiz (forme jeune = *M. latidens* A. Smith Woodward); *Myliobatis* sp. (forme de grande taille, représentée par des dents médianes, isolées); *Ætobatis irregularis* L. Agassiz; *Odontaspis cuspidata* L. Agassiz, prémut. *Hopei* L. Agassiz; *Cylindracanthus rectus* L. Agassiz, *Triodon cabindensis*, nouvelle espèce.

Cette faunule est toute différente de celle de Landana. Les espèces

---

(1) Un élément de la faune ichthyologique des couches de Landana, *Hypolophites mayombensis* Leriche, n'est pas représenté dans les matériaux recueillis par M. Bequaert.

(2) M. Leriche, *Les Poissons paléocènes de Landana* (*loc. cit.*, p. 76).

(3) M. Leriche, *loc. cit.*, p. 80.

connues qu'elle renferme sont des éléments de la faune ichthyologique de l'Éocène *s. str.* (Yprésien à Bartonien), et plusieurs d'entre elles : *Myliobatis toliapicus*, *Ætobatis irregularis*, *Cylindracanthus rectus*, se trouvent parmi les formes les plus communes et les plus caractéristiques de cette faune. Quant au genre *Triodon*, représenté dans la faunule de Sasazao par une espèce nouvelle, il n'était encore connu, à l'état fossile, que par une seule espèce, *Triodon antiquus* Leriche, de l'Éocène (Yprésien, Bruxellien) de la Belgique et du Nummulitique de l'Aude.

La faunule ichthyologique recueillie à Sasazao révèle donc la présence de l'Éocène proprement dit dans la région côtière du Congo.

La situation géographique du gisement de Sasazao, entre les gisements incontestablement éocènes de l'Angola, d'une part, du Togo et du Sénégal, d'autre part, montre que l'Éocène doit former une bande plus ou moins continue le long de la côte occidentale de l'Afrique équatoriale.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Vigueur végétative, compensatrice de la stérilité, chez les hybrides d'espèces de Digitales* (Digitalis purpurea, *L.*; D. lutea, *L.*). Note de M. **L. Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

Le croisement entre espèces, qui donne naissance à des individus mixtes stériles, entraîne souvent, par une sorte de balancement organique, le développement par excès des racines, tiges, feuilles et fleurs. J'ai étudié à ce point de vue l'hybride direct *Digitalis purpurea* × *D. lutea* et l'hybride réciproque *Digitalis lutea* × *D. purpurea*, obtenus en 1909 à partir des mêmes plantes, prises alternativement pour mère et pour père, au Laboratoire de physique végétale de Meudon.

En raison de la stérilité absolue des ovaires et des étamines, je ne possède de ces deux croisements que la première génération, composée de 120 plantes qui présentent plusieurs particularités intéressantes :

1° *L'ensemble des hybrides, directs et réciproques, est remarquable par l'homogénéité, par l'uniformité de croissance des individus.*

Les lignées de *Digitalis purpurea* cultivées dans le voisinage donnent des tiges de 50 à 150^{cm}, uniaxes, ou à ramifications latérales, ou à ramifications basilaires; elles offrent des variations notables de début et de fin de floraison et d'échelonnement dans la maturation des fruits. L'espèce *D. lutea* croît difficilement à Meudon (sol dépourvu de calcaire) et je ne réussis pas à en conserver de belles plates-bandes; les plantes à 1, 2 ou 3 tiges y atteignent rarement 80^{cm} et restent souvent inférieures à 40; elles offrent des floraisons échelonnées selon la force des pousses basilaires.

Au contraire, les hybrides forment, sans exception, de larges touffes de 10 à 15 tiges, qui croissent simultanément et avec la plus grande régularité. Les premières fleurs apparaissent au début de juin, sur chaque tige, et deviennent de plus en plus nombreuses au fur et à mesure de l'allongement des axes, qui, en fin juillet, atteignent de 150 à 185^{cm}. Les périodes de sécheresse de 1911 et de 1919, qui ont eu un retentissement si marqué sur la croissance de *D. purpurea*, n'ont altéré en rien la régularité du port et de la longue floraison des hybrides.

La règle de Naudin concernant l'*uniformité des hybrides de première génération* trouve dans cet exemple une remarquable illustration.

2° *Les différences d'origine, bien marquées sur les fleurs épanouies, ne se traduisent par aucune particularité saillante sur l'appareil végétatif.*

A l'automne sur les épis desséchés, et au printemps sur les touffes de rosettes des hybrides, il est impossible de distinguer les produits de la combinaison *D. purpurea* × *D. lutea* des produits de la combinaison réciproque *D. lutea* × *D. purpurea*. Les corolles et les étamines seules, caduques, fournissent une indication de la parenté maternelle ; les plantes provenant de graines récoltées sur *D. purpurea* portent des corolles sensiblement plus longues, plus évasées, comprimées de haut en bas avec des lèvres plus étalées que celles des individus nés d'ovules de *D. lutea* dont les corolles petites, tubuleuses, à section circulaire, offrent des lèvres ovales lancéolées: à distance, on les distingue aussi par la couleur des corolles teintées de rose lavé de pourpre chez les hybrides *D. purpurea* × *D. lutea*, avec macules intérieures larges, disséminées aussi sur les étamines; les corolles de *D. lutea* × *D. purpurea* sont jaunes blanchâtres, à macules intérieures petites, ponctiformes.

Il est très intéressant de constater que les différences ne portent que sur les organes floraux et caducs; toutes les parties végétatives ou pourvues de chlorophylle, tiges, feuilles, calices, ovaires même, ne permettent pas de distinguer les origines maternelles. La règle de *l'équivalence des hybrides directs et réciproques*, énoncée par Naudin pour un grand nombre d'hybrides fertiles, est applicable pour partie à ces hybrides stériles. La notion de l'uniformité des produits de première génération est renforcée par cette constatation.

3° *Les hybrides des espèces* Digitalis purpurea *et* D. lutea *offrent les caractères de gigantisme et d'infantilisme.*

Les *tailles* des hybrides et des parents ont été comparées au paragraphe 1. Au point de vue *longévité*, *D. purpurea* est bisannuelle, rarement trisannuelle, et seulement lorsque des accidents ou des repiquages suppriment prématurément les axes fertiles; *D. lutea* est vivace, mais peu vigoureuse à Meudon où elle périt à la troisième année. Les hybrides de ces deux espèces, actuellement dans leur dixième année, sont plus vigoureux en 1919 qu'en 1914 et ne paraissent pas être sur leur déclin.

La vigueur des hybrides peut être évaluée en *poids*. Un pied moyen de *D. purpurea* donne environ 150gr de matière sèche; *D. Lutea*, à Meudon, en produit rarement 50gr. Chacun des hybrides fournit *tous les ans*, depuis 1911, plus de 200gr et, en 1919, plus de 275gr de matière sèche. Il n'est pas exagéré de dire que chaque hybride, au cours d'une vie dont on ne peut prévoir la fin, a déjà construit plus de dix fois la quantité de matière sèche fournie par l'ensemble de ses deux parents.

La vigueur des hybrides peut être évaluée en *fleurs*. *D. purpurea* donne de 40 à 70 corolles épanouies; *D. Lutea*, de 20 à 40. Chaque hybride donne, chaque année, de 10 à 15 tiges portant chacune en moyenne 100 fleurs, soit de 1 000 à 1 500 fleurs.

La production continue de pousses dans les souches hybrides qui s'étalent en touffes se prêtant à une rapide multiplication par division, la production presque indéfinie de fleurs sur des axes qui ne meurent pas, mais se dessèchent au soleil d'août, sont des preuves que les tissus hybrides restent dans un état d'infantilisme. J'ai déjà signalé un exemple analogue [1] chez l'hybride presque totalement stérile *Triticum monococum* + *Tr. durum*, et montré que les tissus y restaient à un stade caractéristique de l'enfance de l'un des parents.

4° *A la fin de juillet* 1919, *presque toutes les tiges développées sur les hybrides présentaient des caractères bien nets de fascies.*

Sur plusieurs individus, j'ai observé des crêtes terminales aplaties et larges de 10mm à 12mm; sur toutes les tiges, on peut observer une compacité terminale très accentuée, de 5 à 10 fois plus intense que chez les parents. Dans un seul cas, j'ai noté une corolle à l'éperon latéral rappelant celui des Linaires hémipéloriées.

En résumé, l'hybridation entre espèces de Digitales, qui entraîne la stérilité, provoque le développement excessif des tissus végétatifs avec tous les caractères qui sont propres aux organes jeunes et surnourris.

PARASITOLOGIE. — *Antagonisme du bétail et de l'homme dans la nutrition sanguine de l'*Anopheles maculipennis. *Le rôle antipaludique du bétail domestique.* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. A. Laveran.

Il est de notion courante que les Anophèles recherchent pour se nourrir, non seulement le sang de l'homme, mais aussi celui des animaux. Certaines

---

[1] Valeur spécifique des divers groupements de Blés (*Triticum*) (*Mém. du Laboratoire de Biologie agricole de l'Institut Pasteur*, 1914, p. 44).

espèces anophéliennes peuvent être rencontrées dans des régions inhabitées, uniquement peuplées de gros gibier.

Notre espèce indigène la plus répandue, l'*A. maculipennis*, principal vecteur du paludisme en Europe, fréquente volontiers les étables et les écuries. Il ne semble pas cependant qu'on ait, comme il convient, attiré l'attention sur les conséquences importantes, au point de vue de l'hygiène antipaludique, qui découlent de ces constatations. Les données que je résume ci-après, d'après des observations faites comparativement dans le marais vendéen, la Loire-Inférieure et les environs de Paris, tendent à montrer que le problème de l'extinction du paludisme en France est lié, en majeure partie, à la protection de l'homme par le bétail.

1° *L'A. maculipennis* pique à l'intérieur des locaux occupés par l'homme ou ses animaux domestiques. Il recherche avant tout le bétail, exceptionnellement l'homme.

Ainsi, aux environs de Paris, régions non palustres, on trouve constamment l'Anophèle, et souvent un grand nombre, dans les écuries et les étables; il passe d'ordinaire complètement inaperçu des habitations. Son existence est liée aux animaux; ses rapports avec l'homme nuls ou accidentels.

Dans les pays restés palustres, quoique à un taux minime (Vendée, lac de Grandlieu), la présence de l'Anophèle peut être constatée dans les intérieurs humains, mais en abondance infiniment faible eu égard à l'extrême densité de la faune anophélienne. Pour une dizaine d'Anophèles, rarement plus, observés chez l'homme, on les comptera toujours *par milliers* dans les écuries et les étables.

2° Les Anophèles se partagent chaque nuit, par ordre de préférence, le bétail disponible d'un district. Les animaux les plus recherchés protègent les autres.

On peut constater par une capture journalière ou par le procédé du marquage [1] qu'en raison de son rythme d'activité crépusculaire, précédemment décrit [2], chaque nuit se renouvelle la population anophélienne d'un local donné. Cependant, malgré ce renouvellement incessant, celle-ci se maintient sensiblement constante, son chiffre étant fixé par le degré d'attraction relatif des hôtes. Par ordre de préférence, les moustiques recherchent en premier lieu les porcs [3], puis les bovins et les chevaux, les chèvres et

---

[1] Par pulvérisations colorées, procédé imaginé par Zetek, à Panama.

[2] *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 967.

[3] J'ai déjà signalé le remplacement de l'homme par les porcs pour un grand nombre d'ectoparasites, notamment les tsétsés (*Bull. Soc. path. exot.*, 13 décembre 1916). Ce qui est vrai pour le paludisme, l'est également pour la maladie du sommeil.

moutons, en dernier lieu les lapins et les chiens. Les volatiles de basse-cour ne sont piqués que par exception.

Les hôtes de choix protègent les autres dans les limites de la concurrence. Ainsi, des lapins à proximité d'une génisse, ne sont pas piqués, tandis qu'isolément un seul lapin, dans le marais vendéen, peut nourrir par jour près de 200 Anophèles.

3° L'homme est protégé par les animaux. Cette protection est d'autant plus complète que la population anophélienne trouve plus aisément à satisfaire ses besoins de sang sur le bétail. C'est là ce qui règle la présence ou non des Anophèles dans les maisons.

Aux environs de Paris, la quantité de bétail disponible est considérable, étant donnée la faible densité de la faune anophélienne : les Anophèles rencontrés dans les étables sont toujours abondamment nourris de sang. On trouve à peine en été de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}$ des femelles non gorgées.

Au contraire, dans le marais vendéen où la population anophélienne est excessivement dense, le bétail ne nourrit pas tous les Anophèles; il n'y a souvent qu'à peine un tiers des femelles nourries de sang. Les habitations humaines où l'homme a le plus à souffrir des atteintes des Anophèles sont précisément celles où, le bétail étant rare ou absent, les moustiques sont le moins abondamment nourris. La recherche de l'homme, par ces insectes, est donc subordonnée à leurs conditions d'alimentation par les animaux. La fréquence et la continuité des rapports entre l'homme et les Anophèles, conditions *sine qua non* du développement de l'affection palustre, tiennent avant tout à l'insuffisance de nourriture animale offerte à la faune anophélienne.

4° Ce n'est pas tant la plus ou moins grande abondance de nourriture sanguine qui règle la densité relative de la faune anophélienne, que l'étendue et la qualité des lieux de développement larvaire.

Quelle que soit l'abondance des hôtes nourriciers, si les gîtes à larves sont peu étendus, la population anophélienne d'une localité reste faible. C'est le cas, par exemple, pour les environs de Paris, malgré la surabondance de nourriture sanguine constatée chez les femelles. Les gîtes à larves y sont constitués le plus souvent par de minimes collections d'eau, où la densité des larves est élevée. Dans les grandes étendues marécageuses, au contraire (marais vendéens, lac de Grandlieu), les Anophèles adultes sont en telle abondance qu'ils ne peuvent tous s'alimenter de sang régulièrement. Et cependant les larves ne peuvent être rencontrées qu'en très petit nombre parce qu'elles sont dispersées sur des espaces considérables. Il n'y a donc pas lieu de penser que les Anophèles abondent dans une région, principalement parce qu'ils y sont largement nourris par le bétail ou par l'homme, mais plutôt parce qu'ils y rencontrent de larges conditions de développement larvaire.

De ce que nous venons de dire on peut conclure que, dans nos régions, le bétail domestique joue un rôle antipaludique de premier ordre en fixant sur lui l'immense majorité des Anophèles. Loin d'exercer, comme on

pourrait le prétendre, une action préjudiciable en contribuant à l'entretien de la population anophélienne d'un district, il détourne et disjoint les relations dangereuses qui, à son défaut, s'établiront obligatoirement de cette population anophélienne avec l'homme. C'est dans ce sens aussi que les progrès de l'agriculture améliorent l'hygiène des pays palustres. Il semble que la prophylaxie antipaludique puisse tirer un profit réel de ces constatations.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Sur le traitement de la gale des Équidés par les vapeurs de chloropicrine.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Dassonville**, transmise par M. Roux.

Au cours de la guerre, la gale a causé de véritables ravages dans la cavalerie de nos armées, sous l'influence de deux causes principales : d'abord le manque de chevaux de remplacement, qui a mis dans l'obligation de maintenir en service un grand nombre de galeux, semant partout la contagion ; ensuite l'absence d'une méthode de désinfection rapide des animaux contaminés, évitant que ceux-ci deviennent, à leur tour, des agents de dissémination de la maladie.

La lutte contre la gale a été réduite au traitement des sujets galeux devenus incapables de travail et qui, évacués trop tardivement, étaient pour la plupart irrécupérables.

Les méthodes classiques de traitement se sont d'ailleurs montrées peu efficaces. Par contre, la *sulfuration*, préconisée en 1917, par MM. Lepinay, Henry et Vigel, a rendu les plus grands services.

Ce procédé consiste à enfermer les chevaux malades dans des cabines closes d'où, seule, leur tête émerge par une lucarne. Une collerette de toile fixée aux bords de cette dernière est nouée, d'autre part, à la base de la tête. Le corps des animaux peut séjourner ainsi dans une atmosphère même très irritante, sans que les organes de la respiration et de la vision en soient affectés. Dans les cabines aménagées de la sorte et garnies de chevaux, on fait pénétrer un gaz antipsorique : l'anhydride sulfureux. En fin d'opération, la tête, qui n'a pas subi l'action de ce gaz, est traitée par les procédés ordinaires (pommade soufrée, huile de cévadille, etc.).

Deux opérations au moins, répétées à 10 jours d'intervalle, sont nécessaires; la deuxième et, éventuellement, la troisième ont pour but de

détruire les parasites qui auraient pu naître des œufs ayant résisté à l'action du gaz sulfureux.

La sulfuration a permis de sauver un très grand nombre de chevaux, mais elle ne remplit pas les conditions requises pour assurer une prophylaxie efficace de la gale aux armées. En effet :

1° L'anhydride sulfureux provenant de la combustion directe du soufre échauffe assez fortement l'atmosphère des cabines; cette atmosphère entre en pression et s'échappe par les moindres fissures. On ne peut obtenir l'étanchéité indispensable qu'au prix de réparations journalières qui entravent la marche des opérations.

2° Lorsque la température extérieure est élevée, l'atmosphère des chambres à sulfuration est vite surchauffée et devient insupportable aux animaux; ceux-ci se laissent tomber, déchirent leur collerette et succombent à l'inhalation irritante du gaz qui provoque la pneumonie. Pendant l'été, la méthode n'est applicable que le matin et le soir.

3° L'anhydride sulfureux détruit en peu de temps le tissu des collerettes, dont la confection est onéreuse.

4° Pour obtenir un bon résultat, il faut faire séjourner les chevaux dans les cabines pendant 2 heures, au moins; ce qui limite à 4 ou 5 par journée le nombre des sulfurations.

L'un de nous ayant établi qu'il suffit de doses très faibles de chloropicrine (1^{cg} à 2^{cg} par litre d'air) pour provoquer en un temps relativement court (5 à 10 minutes) la mort de certains insectes [1], il était à présumer que cette substance se montrerait aussi très nocive pour les acares de la gale.

De plus, la chloropicrine est très volatile et n'a aucune action sur le tissu des collerettes; ce qui permet d'éviter certains des inconvénients inhérents à la sulfuration.

Avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre et sous le contrôle de M. le vétérinaire inspecteur Fray, nous avons entrepris des expériences sur des chevaux atteints de gale généralisée.

La technique employée a été la suivante :

Les chevaux malades ont été mis sur place dans des cabines à sulfuration, groupées en série, puis on a projeté dans les cabines, à l'aide d'une seringue munie d'un bouton vaporisateur, 20^{g} de chloropicrine par mètre cube. On a pris la précaution importante d'éviter la projection directe de

---

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 742.

la chloropicrine sur les animaux ; cette substance à l'état liquide est, en effet, irritante pour la peau et peut provoquer des défenses gênantes.

Lorsque les galeux ont séjourné une demi-heure dans les cabines, on ventile celles-ci un court instant en ouvrant les portes situées en arrière et l'on retire les animaux. Comme lorsqu'on se sert du gaz sulfureux, il est utile de porter un masque protecteur, en particulier du type A. R. S. pour effectuer ces diverses opérations.

La tête des chevaux qui a échappé à l'action des vapeurs acaricides est alors enduite d'une pommade composée de :

Vaseline..............................	100^g
Chloropicrine.........................	2^g,50

Voici le protocole résumé de nos deux dernières expériences :

I. Quatorze chevaux galeux sont traités : une première fois, le 16 juillet (dès le lendemain le prurit a disparu); une deuxième fois, le 5 août. Le 14 août, les chevaux sont présentés à M. le Vétérinaire inspecteur : leur guérison est reconnue.

II. Trente galeux sont traités aussi deux fois (29 juillet et 12 août) à l'hôpital vétérinaire de Mézy-Moulin. Le 20 août (23e jour), le Directeur de l'établissement rend compte que les sujets paraissent guéris et peuvent être remis en service.

Le 25 août, M. le Vétérinaire inspecteur les visite et confirme cette opinion.

La nouvelle méthode de traitement présente un certain nombre d'avantages :

1° Elle est au moins aussi efficace que la sulfuration ;

2° Elle réduit le séjour dans les cabines à 30 minutes au lieu de 2 heures, ce qui permet de traiter un plus grand nombre de sujets dans le même temps ;

3° Elle est beaucoup plus simple, puisqu'elle dispense d'employer des dispositifs spéciaux (sulfurogènes) exigeant, pour bien fonctionner, une surveillance constante ;

4° Elle ne détermine pas d'accroissement notable de pression à l'intérieur des cabines, ce qui supprime la nécessité d'une étanchéité *absolue;* d'où la possibilité :

a. D'installer en tout lieu, à l'aide de fermes transportables, des cabines démontables que l'on peut calfeutrer avec des matériaux de fortune ;

b. D'instituer *à l'avant* une *prophylaxie* efficace de la gale, en soumettant à deux balnéations gazeuses de 30 minutes chacune, *sans interrompre leur service,* non seulement les chevaux galeux, mais encore les contaminés ;

5° La nouvelle méthode n'a pas d'action destructive sur le tissu des collerettes (d'où économie et disparition d'une entrave au bon fonctionnement);

6° Enfin, sa sécurité vis-à-vis des chevaux est plus grande. L'expérience nous a, en effet, démontré que l'inhalation de chloropicrine est incomparablement moins dangereuse que celle d'anhydride sulfureux.

Pour les raisons exposées ci-dessus, l'emploi de la chloropicrine pour le traitement de la gale constitue un progrès sur celui de l'anhydride sulfureux.

On peut, dès aujourd'hui, faire entrer ce traitement dans la pratique. Nous proposons de le désigner sous le nom de *chloropicrination*.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JUILLET 1919.

Institut scientifique de l'Indo-Chine. *Catalogue des plantes du jardin botanique de Saïgon*, par M. AUG. CHEVALIER. Saïgon, Albert Portail, 1919; 1 fasc. 27cm. (Présenté par M. Lecomte.)

Samuel Klingenstiernas levnad och verk. I. *Levnansteckning* av HILDEBRAND HILDEBRANDSON. Stockholm, Almquist et Wiksells, 1919; 1 fasc. 25cm.

Trabajos de Oceanografía y biología marina, por ODON DE BUEN, vol. I. Madrid, Instituto español de oceanografía, 1916; 1 vol. 36cm. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

La toxémie traumatique à syndrome dépressif (shock traumatique) *dans les blessures de guerre*, par E. QUÉNU. Paris, Félix Alcan, 1919; 1 vol. 25cm. (Présenté par l'auteur.)

Ministère du Commerce. Direction des études techniques. *Rapport général sur l'industrie française, sa situation, son avenir, d'après les travaux des sections du comité consultatif des arts et manufactures et de la direction des études techniques;* première partie : *Étude de la situation des principales industries avant la guerre et de leur expansion possible;* tome deuxième : *Industries chimiques, industrie du bâtiment, industries diverses; conclusions générales*. Paris, Imprimerie nationale, 1919; 1 vol. 32cm. (Présenté par M. A. Haller.)

Le problème de l'électricité, par AUGUSTIN MEURIS. Bruxelles, O. de Rycker, 1919; 1 fasc. 19cm.

La bibliothèque de l'Université de Louvain (1636-1914), par ED. DE MOREAU. Louvain, Fonteyn-Ceuterick, 1918; 1 fasc. 25cm.

Nouvelles méthodes de résolution des équations du 3e degré, par le Vte DE GALEMBERT. Paris, Vuibert, 1919; 1 fasc. 23cm.

Minéraux industriels du Canada. Commission géologique, Ministère des mines. Ottawa, Canada, 1918; 1 fasc. 16cm,5.

La guerre d'Italie, publiée par les soins du TOURING-CLUB ITALIEN. Milan, s. d.; 1 fasc. 24cm.

The Korean « Independence » agitation. The « Seoul press » office. Seoul, Chosen, 1919; 1 fasc. 22cm.

An Account of the crustacea of Norway, by G. O. SARS, vol. VI : *Copepodo cyclopoida;* parts V and V : *Cyclopidæ* (continued). Bergen, Museum, 1914;

Studies on the vegetation of cyprus based upon researches during the spring and summer 1905, by JENS HOLMBOE. Bergen, John Griegs, 1914; 1 vol. 31cm.

ERRATA.

(Séance du 1er septembre 1919.)

Note de MM. *G. Bertrand, Brocq-Rousseu et Dassonville*, Destruction de la Punaise des lits (*Cimex lectularius* Mer.) par la chloropicrine :

La Note aurait dû être accompagnée de la figure ci-dessous qui a été omise.

